



BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III

XXXIV

D

103



Digitized by Google



INSTITUZIONE
IDROSTATICA



ISTITUZIONE IDROSTATICA

DI
D. GIROLAMO MAZZUCHELLI

C. R. S.

PROFESSORE DI FILOSOFIA,
E MATEMATICA
NEL NOBILE PONTIFICIO
COLLEGIO CLEMENTINO.



IN ROMA. MDCCLXXXIV.

PRESSO PAOLO GIUNCHI.

Con permesso de' Superiori.





v

A SUA ECCELLENZA
CARLO ERCOLE
DEL S. R. I.
CONTE DI
CASTEL-BARCO VISCONTI

LIBERO BARONE DE' QUATTRO VICARIATI,
SIGNORE DI GRESTA, ec.
GRANDE DI SPAGNA DI PRIMA CLASSE,
CAVALIERE DELLA CHIAVE D'ORO
DI S. M. I. R. A., ec.
CONTE DI GALLARATE, E SUE PERTINENZE,
MARCHESE DI CISLAGO, DE' SIGG. COMPADRONI
DEL BORGO DI SOMA, AGNADELLO,
GOLA-SECCA, E SUE PERTINENZE,
FEUDATARIO DI QUINZANO, MONTONATE,
VILLA, CIMBRO, VIZZOLA, CUIRONE,
S. PANCRAZIO, ec. ec.

*Quando non avessi considerato in
V. E., se non i luminosi pregi
della Vostra Casa, l'origi-
ne ragguardevolissima dagli antichi Re di
Boemia, le assolute, e potenti Signorie dai*

Vostri Maggiori possedute , le insigni loro alleanze coi Principi di Milano , e di Mantova , le illustri , e gelose cariche dagl'Imperadori nelle loro mani depositate , gli onorificentissimi privilegj finalmente in guiderdone delle loro gloriose gesta riportati , niuno certamente sì ingiusto estimatore esser vi potrebbe , il quale , riguardandovi solo come l'Erede della gloria di tanti egregj Antenati , non avesse applaudito alla mia scelta per onorare col Vostro Nome questa mia , qualunqu' essa siasi , Idrostatica istituzione. Quand' anche non avessi rivolto il mio pensiero , se non al Vostro gran Padre Conte Cesare , Signore dotato di maraviglioso ingegno , e di finissimo gusto in ogni genere di Letteratura , il quale per promuovere vieppiù in Milano le Scienze , oltre le singolari grazie accordate agli uomini distinti in queste , radunò ancora una copiosa , e
scel-

scelta libreria coll' intenzione di ampliarla col tempo, e renderla pubblica, se la morte invidiosa di tanta virtù non l'avesse sul fiore de' suoi anni rapito, credo ben'io, che il solo considerarvi figlio di sì gran Meccenate m' avrebbe dato motivo piucchè bastevole per mettere questo frutto delle mie applicazioni sotto la Vostra possente Protezione. Quando finalmente Voi non portaste, se non il semplice titolo di Conte di Gallarate mia Patria, l'amor, che devo a questa, avrebbe richiesto, che in attestato di quella ossequiosa riconoscenza, che si gloria di professare alla Vostra Casa, vi avessi tributato questo mio scientifico lavoro. Eppure non furon cotesti i motivi precipui, che mi hanno spinto a farne la dedica a V. E. Furon le rare, e belle doti, onde va a gran dovizia adorno il Vostro Spirito, le quali, oltre l'avervi tratto

viiij

in Milano l'amore , e l'ammirazione de' Vostri Concittadini , me , benchè lontano , hanno obbligato a darvi un pubblico testimonio de' miei sentimenti , con cui le risguardo . Prego adunque V. E. di accettare benignamente questo tributo dell' intima stima , che professo alla Vostra Virtù , mentre colgo il fortunato momento di dimostrarvi il profondissimo ossequio , con cui sono , e sarò sempre

*Roma . Dal Collegio Clementino il dì 20.
Gennaro 1784.*

Di VOSTRA ECCELLENZA.

*Umiliss. Divotiss. Obbligatiss. Servitore
Girolamo Mazzuchelli .*

I M P R I M A T U R,

Si videbitur R^{mo} Patri Sacri Palatii Apostolici Magistro

F. A. Marcucci ab I. C. Patr. Constantinop., Episc. Montis-Alti, ac Vicesgerens.

A P P R O V A Z I O N E.

Essendo l' Idrostatica una delle parti più essenziali della Matematica, e delle più utili alla Società, meritano la pubblica gratitudine que' valenti Scrittori, i quali si studiano di render facile una Scienza tanto interessante, specialmente nella nostra Italia. Tra questi dee meritamente aver luogo il *Ch. P. D. Girolamo Mazzuchelli C. R. S.* Autore di un' opera, che ha per titolo: *Istituzione Idrostatica*. Il lodato Autore partendo dal principio fondamentale della pressione uguale de' fluidi in qualunque direzione, principio più sperimentale che Teoretico, ne ricava i principali Teoremi dell' Idrostatica, risguardanti la pression mutua de' fluidi, la risoluzione delle loro forze, e la pressione loro perpendicolare, e laterale ne' vasi anche irregolari, o di qualunque figura. Considerando egli finalmente le proprietà de' fluidi elastici, col fare uso di facili, e nuove dimostrazioni spiega brevemente le
mate-

materie più importanti dell' Idrostatica . Io adunque avendo letto il più su rammentato libro per ordine del R^{mo} P. M. del Sagro Palazzo , dopo aver dichiarato non v' esser cosa alcuna contraria alla Fede , e a' buoni costumi , mi fo un dovere di non solamente giudicarlo degno della pubblica luce , ma ancora della lode degli uomini intelligenti di così fatte materie .

Dal Convento della Ss. Trinità de' Monti questo
di 5. Settembre 1783.

*Fr. Francesco Jacquier
dell' Ordine de' Minimi.*

IMPRIMATUR.

Fr. Bruno Toma Ord. Prædic. Sacri Palatii
Apostolici Magistri Socius .

IN-

INTRODUZIONE.

PIANO DELL' OPERA.



E parti , che compongono la Meccanica de' Fluidi , sono l' *Idrostatica* , e l' *Idraulica* . Quella si propone la considerazione dell' equilibrio , questa del moto de' fluidi . Ambedue sono di somma importanza , insegnandoci la prima ciocchè aspettare , o temere dobbiamo dalle pressioni de' fluidi stagnanti , dimostrandoci l'altra ciocchè aspettare , o temere dobbiamo dalle forze de' fluidi correnti . Io qui tratto soltanto dell' *Idrostatica* , su cui si fonda l' *Idraulica* , riservando mi ad altro tempo il trattare di questa ; il che però non prometto al Pubblico .

Richiedendo l' idea dell' equilibrio , che tutte le pressioni , che fanno i fluidi stagnanti , totalmente si distruggano ; egli è chiaro , che per trattare con esattezza l' *Idrostatica* , che ne considera il loro equilibrio , bisogna diligentemente rintracciare le varie

rie pressioni , ch' eglino esercitano , ricercare le resistenze , che si oppongono alle loro pressioni , e finalmente determinare la giusta misura sì delle pressioni esercitate , come anche delle opposte resistenze . Quindi si vede la strada , che ho seguita nel fare questa mia , qualunq' essa siasi , Instituzione d' Idrostatica . Ecco il piano dell' opera in ristretto .

Io cerco primieramente la legge generale della pressione de' fluidi stagnanti , e col mezzo della sola esperienza stabilisco , che in qualunque vase le particelle inferiori del fluido contenuto esercitano egualmente verso ogni parte la pressione , che ricevono dalla gravità del fluido superiore . Da questa legge si certa dall' esperienza ne deduco direttamente colla maggiore chiarezza tutta l' Idrostatica . Infatti insistendo su di essa determino facilmente la misura della pressione , che le particelle del fluido esercitano , e sostengono secondo qualunque direzione ; e quindi assegno , quando dalle loro scambievoli azioni , e reazioni
deve

deve nascere l'equilibrio, o sia il fluido contenuto in un sol vase, oppure in più vasi fra loro comunicanti.

Passo poscia a rintracciare la natura della pressione, che dal fluido contenuto sostengono le interne superficie de' vasi, e dopo avere dimostrato, che questa si fa in ogni punto perpendicolarmente, apporto due metodi generali per ritrovare in qualunque vase la misura. Ora rifletto insieme col Sig. Bezout nel tom. 4. del suo corso di Matematica, che la pressione perpendicolare, che dal fluido sostengono le superficie premute, secondo la diversa situazione, che queste hanno coll'orizzonte, ora si confonde pienamente colla sola pressione verticale, ora colla sola orizzontale, ora finalmente si risolve nelle pressioni verticali, ed orizzontali. Quindi in una maniera più facile determino la misura delle pressioni verticali, ed orizzontali, qualunque sia la situazione della superficie premuta rispetto all'orizzonte. Applico di seguito questa dottrina alla pressione de' fluidi contro
l'ester-

l'esterne superficie de' solidi immerfi.

Tutto ciò riguarda la teoria della pressione de' fluidi omogenei, ed incompressibili. Onde mi avvanzo ad applicare la dottrina fin qui esposta ai fluidi compressibili, ed elastici in generale, e discendo poscia a trattare della pressione dell'aria in particolare. Finalmente mi è sembrato di potere acconciamente distribuire tutta questa materia in quattro libri. Nel 1°. tratto della pressione de' fluidi contro le loro parti, nel 2°. della loro pressione contro l'interna superficie de' vasi, nel 3°. della loro pressione contro l'esterna superficie de' solidi immerfi, nel 4°. finalmente della pressione, e dell'equilibrio de' fluidi compressibili, ed elastici.

Io mi lusingo, che questo corso presenterà agli studiosi dell'Idrostatica, quanto vi ha di più necessario, e di più utile per ben conoscere l'equilibrio de' fluidi, e per saperfene ben' approfittare a vantaggio delle scienze fisiche, e della società. La scelta delle materie, il lor'ordine, la chiarezza, e se-

e severità delle dimostrazioni, la generalità de' precetti, le applicazioni multipli-
ci, e varie delle verità dimostrate agli usi
della Fisica, e della vita umana mi fanno
sperare, ch'egli non sia per dispiacere al
Pubblico illuminato. Ho seguito in questo
corso quel metodo, che mi è sembrato il
più opportuno. Però ho tenuto il metodo
matematico, quando mi pareva, che la ma-
teria lo ricercasse, lasciandolo in quelle al-
tre cose, che senza di questo poteano meglio
svilupparsi. Ho fatto finalmente pochissi-
mo uso delle Matematiche per adattarmi
a quegli studiosi della Idrostatica, che han-
no soltanto la cognizione de' primi princi-
pj di quelle. Nel resto sottopongo que-
sto mio, qualunque esso siasi, scientifico la-
voro, al giudizio dei giusti estimatori delle
cose idrostatiche.

*Agite itaque , quotquot natura melioris ingenii , ac animi dotibus ditavit , ... ,
evolvite hæc Hydrostaticæ elementa , legite ,
relegite , meditamini , ut genuinam Phy-
sices pertrahendæ ideam animo comprehen-
datis . Christianus Wolfius in præf. ad
Hydrostaticam .*



LIBRO I.
DELLA PRESSIONE DE' FLUIDI
CONTRO LE LORO PARTI.

C A P O I.

*Della natura de' Corpi fluidi, della densità,
della gravità assoluta, e specifica de'
corpi sì fluidi, come solidi.*

1.  *Luidi* si dicono que' corpi,
le particelle de' quali, oltr'
essere sommamente piccole,
e mobili, non hanno tra loro veruna coe-
renza al contrario de' corpi solidi, le cui
parti sono unite, e legate insieme. Dal-

A

la

la estrema piccolezza di codeste particelle, dalla loro estrema mobilità, e dalla loro nissuna coerenza ne nasce, che cedono a qualsivoglia forza impressa, e tra loro si movono.

2. SCOLIO. Il fluido, che abbiamo descritto, è quell'appunto, che consideriamo in questo corso d'Idrostatica. Si noti adunque, che in tutti i fluidi, che cadono sotto i nostri sensi, vi ha qualche coerenza, la quale è maggiore, o minore, secondochè minore, o maggiore si è la loro fluidità. Quindi ne siegue, che nell'applicare le leggi idrostatiche ai fluidi, che conosciamo, si deve, avere riguardo alla loro fluidità. Quanto più questi fluidi si accosteranno alla perfetta fluidità, che noi qui consideriamo, tanto più esatamente si assoggetteranno alle suddette leggi.

3. I Vasi, in cui sono contenuti i fluidi, o hanno le loro sezioni parallele al fondo simili, ed eguali, o le hanno disuguali. I vasi, che hanno le loro sezioni parallele al fondo simili, ed eguali, chiaman-

manfi *uniformi*, e sono i vasi cilindrici, prismatici, e tutti quelli, che si concepiscono prodotti dallo scorrimento continuo, e parallelo del fondo BD (fig. 1.) lungo la retta Eθ, che insiste sul medesimo. I vasi, che hanno le loro sezioni parallele al fondo disuguali, diconsi *difformi*, e tra questi si considerano dagl' Idrostatici principalmente i vasi *convergenti*, e *divergenti*. Convergenti si chiamano quelli, che hanno le loro sezioni parallele al fondo continuamente decrescenti dal fondo alla cima, come sono i vasi piramidali, conici &c. per esempio i vasi ABCD, ABC, ACF delle fig. 2., 20., 21. Divergenti poi quelli, le sezioni de' quali parallele al fondo vanno dal fondo alla cima continuamente crescendo, come sono gli stessi vasi convergenti posti al rovescio, col vertice cioè all'ing giù, e colla base all' insù, vale a dire i vasi EAF, EAF delle fig. 22., 23. Finalmente se due, o più vasi, qualunque essi sieno, si suppongano tra di loro congiunti in guisa tale, che, messo del fluido

dentro di uno, passi questo liberamente nell'altro, oppur negli altri vasi, questi due; o più vasi si dicono *comunicanti*. Tali sono i vasi APPDCSGB, AODCOB delle fig. 8., 4.

4. Essendo i corpi porosi, siccome c'insegna l'esperienza, la massa, ossia la quantità della materia, dalla quale vengono composti, è sempre minore dello spazio, che occupano, ossia del lor volume. Quanto più la massa di un corpo si avvicina ad esser' eguale al suo volume, tanto più *denso* si dice il corpo; e per lo contrario tanto più *raro* si dice, vale a dire tanto men denso, quanto più la sua massa si discosta dall'esser' eguale al suo volume. Cresce adunque la densità di un corpo, se, rimanendo il medesimo volume, cresce la sua massa, e si scema, se, rimanendo la medesima massa, cresce il suo volume.

5. COROLLARIO. La densità dunque di un corpo, qualunque esso siasi, si potrà esprimere da una frazione, il numerator della quale rappresenti la massa del dato corpo, e il denominatore

denominatore il suo volume, essendo tale la natura delle frazioni, che cresce il lor valore, se, posto il medesimo denominatore, cresce il numeratore, si scema poi, se, posto il medesimo numeratore, cresce il denominatore. Onde, se la densità di un dato corpo si porrà D , la sua massa M , il suo volume V , la formola, ch' esprimerà il valore della sua densità, sarà $D = \frac{M}{V}$; e per-

ciò quella, che rappresenterà il valore della sua massa, sarà $M = DV$, quella finalmente, che dinoterà il valore del suo volume sarà $V = \frac{M}{D}$.



T E O R E M A I.

Le densità di due corpi di masse, e di volumi disuguali sono in ragione composta dalla diretta delle masse, e dall'inversa de' volumi.

D I M O S T R A Z I O N E.

6. **S**ieno dati i corpi A, a , le masse de' quali si chiamino M, m , i volumi V, v , le densità D, d : la formola, ch' esprimerà la densità del corpo A , farà (5) $D = \frac{M}{V}$,

quella, che dinoterà la densità del corpo a , farà $d = \frac{m}{v}$; e quindi ne nascerà la propor-

zione, che segue, $D : d = \frac{M}{V} : \frac{m}{v} = Mv :$

mV , vale a dire le densità di due corpi di massa, e di volume disuguale sono in ragione composta dalla diretta delle masse, e dall'inversa de' volumi. Ciochè si dovea dimostrare.

7. COROLL. I. Se $M = m$, divisa la ragione $Mv : mV$ per M , oppure per m , farà $D : d = \frac{v}{V}$,

V , vale a dire le densità di due corpi di egual massa sono in ragione soltanto inversa de' loro volumi.

8. COROLL. II. Se $V \equiv v$, divisa la medesima ragione per V , o per v , farà $D : d \equiv M : m$, ossia le densità di due corpi di egual volume sono soltanto in ragione diretta delle loro masse.

9. COROLL. III. Se $M : m \equiv v : V$, cioè se le masse faranno in ragione inversa de' volumi, essendo $MV \equiv mv$, farà ancora $D \equiv d$, ossia le densità faranno eguali.

10. SCOLIO. Nella stessa maniera servendosi della formola $V \equiv \frac{M}{D}$ si ritroverà, es-

sere i volumi di due corpi di massa, e di densità disuguale in ragione composta dalla diretta delle masse, e dall'inversa delle densità; e quindi, poste le masse eguali, essere in ragione soltanto inversa delle densità, e, poste le densità eguali, essere in ragione soltanto diretta delle masse, e poste finalmente le masse in ragione inversa delle densità, essere i volumi eguali. Similmente

servendosi dell' altra formola $M = DV$ si ritroverà, esser le masse di due corpi diversi e nella densità, e ne' volumi in ragion composta dalle dirette delle densità, e de' volumi ; e perciò , poste eguali le densità, essere in ragion diretta solamente de' volumi , e posti eguali i volumi , essere in ragione diretta solamente delle densità , e finalmente , poste le densità in ragione inversa de' volumi , essere le masse eguali .

11. Se un corpo , qualunque esso siasi , s' intenderà diviso in particelle estremamente piccole , e di massa eguale , egli è certo .

I. Che tutte queste particelle faranno egualmente gravi .

II. Che la somma delle gravità di tutte queste particelle costituirà il peso , ossia la gravità assoluta del corpo , che lo compongono .

III. Che la gravità assoluta sarà proporzionale alla massa .

12. Se due corpi di egual volume hanno le loro gravità assolute ancora eguali , si dicono questi della *medesima gravità specifica* ,

cifica: Se le hanno disuguali, si dicono di *diversa gravità specifica*, e quello si chiama *specificamente più grave*, che ha maggiore gravità assoluta, e tanto maggiore si reputa la sua gravità specifica della gravità specifica dell' altro corpo, quanto maggiore si è la sua gravità assoluta della gravità assoluta dell' altro corpo. Il corpo, che sotto il medesimo volume ha minor gravità assoluta dell' altro, si dice ancora *specificamente più leggiero*. La gravità specifica adunque considera soltanto le gravità assolute, che hanno i corpi sotto il medesimo volume, a differenza della gravità *individuale*, che considera le gravità assolute de' corpi sotto i loro rispettivi volumi.

13. COROLL. I. Le gravità specifiche di due corpi di egual volume, e di diversa gravità assoluta sono in ragione diretta delle loro gravità assolute.

14. COROLL. II. Quindi ne segue, che, se le gravità assolute di due corpi di diverso volume faranno eguali, le loro gravità
spe.

specifiche faranno in ragione inversa de' volumi. Imperocchè si ponga G la comune gravità assoluta de' corpi A , a , il volume del primo V , quello del secondo v , essendo le gravità assolute proporzionali alle masse (11), e queste ne' corpi di egual densità proporzionali ai volumi (10), si troverà la gravità assoluta del corpo a sotto il volume V con questa proporzione $v : G :: V : x$; e perciò $x = \frac{GV}{v}$, e conseguentemente

farà la gravità specifica del corpo A a quella del corpo a (13) $= G : \frac{GV}{v} = Gv :$

$GV :: v : V$, vale a dire le gravità specifiche di due corpi di egual gravità assoluta sono in ragione inversa de' volumi.



T E O R E M A I L

Le gravità specifiche di due corpi di diversa gravità assoluta, e di diverso volume sono in ragione composta dalla diretta delle gravità assolute, e dall'inversa de' volumi.

D I M O S T R A Z I O N E.

15. **L**E gravità specifiche de' corpi A, C si pongono S, S', le loro gravità assolute G, g: posti i volumi eguali de' corpi A, C, sarà (13) $S : S' = G : g$. Similmente, chiamati V, v i volumi de' corpi C, a, e posta la gravità specifica del corpo a = s, supponendo le loro gravità assolute eguali, sarà (14) $S' : s = v : V$. Si moltiplichì ora la prima proporzione colla seconda, si avrà $SS' : S's = Gv : gV$, e dividendo la prima ragione per S', sarà $S : s = Gv : gV$, vale a dire le gravità specifiche di due corpi di diversa gravità assoluta, e di diverso volume sono in ragione composta dalla diretta delle gravità assolute, e dall'inversa de' volumi. Ciocchè &c.

Co-

16. COROLL. I. Se le masse de' corpi A, a si diranno M, m, le loro densità D, d, essendo $D:d = Mv : mV$, ossia per la ragione diretta, che passa (11) tra le gravità assolute, e le masse, $= Gv : gV$, farà ancora $D:d = S:s$, vale a dire le gravità specifiche di due corpi sono proporzionali alle loro densità.

17. COROLL. II. Essendo $S:s = Gv : gV$, e perciò $Gv.s = gV.S$, farà ancora $G:g = VS : vS$, ossia le gravità assolute di due corpi di diverso volume, e di diversa gravità specifica sono in ragione composta dalle dirette delle gravità specifiche, e de' volumi; e quindi, poste le gravità specifiche eguali, faranno in ragione soltanto diretta de' volumi, e, posti eguali i volumi, faranno solamente in ragione diretta delle gravità specifiche, e finalmente se le gravità specifiche faranno in ragione inversa de' volumi, le gravità assolute faranno eguali.

18. SCOLIO. Dalla dottrina delle gravità specifiche, delle gravità assolute &c. si possono dedurre molti altri teoremi. Ma non è
giu.

giusto, che noi perdiamo il tempo nell' esporli, potendo ciascuno da quel, che ab-
biam detto, con grande facilità ricavarne il
resto.

19. Se il fluido ha in tutta la sua massa
la medesima densità, cosicchè, diviso in
qualunque numero di parti di egual volu-
me, sieno tutte queste di egual peso, si di-
ce *omogeneo*. Altrimenti se la densità del
fluido non è in tutte le sue parti eguale, co-
sicchè, prendendo parti di egual volume,
sieno queste di peso disuguale, chiamasi *ete-
rogeneo*. Fluidi omogenei sono l'acqua, il
mercurio, e quasi tutti i fluidi, che cono-
sciamo: fluido eterogeneo si è l'aria della
nostra atmosfera, la quale, siccome c' in-
segna la sperienza, ha maggior densità nelle
parti vicine alla Terra, che nelle lontane.

20. *Scolio*. Il fluido si considera omoge-
neo, ed *incompressibile*, tale cioè, che, ben-
chè premuto, non possa la sua massa esser ri-
dotta a minor volume, ossia diventare più
densa. Si prescinde di più dalla grossezza,
che hanno i lati, e i fondi de' vasi, in cui è
con-

contenuto il fluido, e dal loro peso: vale dire si considerano tanto i lati, quanto i fondi de' vasi, come se fossero pure superficie rigide senza alcuna gravità.

C A P O II.

Della natura della pressione de' Fluidi.

21. **L**E particelle, che compongono i fluidi, sono gravi in proporzione delle loro piccole masse, siccome sono gravi in questa proporzione quelle, dalle quali vengono composti i corpi solidi, consistendo in ciò solamente la loro differenza (1), che le particelle de' fluidi oltr'essere sommaramente piccole, e mobili sono fra loro disunite, unite poi, e legate insieme sono quelle de' solidi. Ma benchè le particelle de' fluidi sieno gravi, come son quelle de' solidi gravitano però all'ingiù in una maniera affatto diversa. Le particelle de' fluidi, non avendo fra loro veruna coerenza, esercitano all'ingiù la propria gravità indipendentemente le une dalle altre. Quindi è,
che

che si può sostenere il peso di una parte di fluido senza dovere sostenere il peso ancora di tutto il resto del medesimo, siccome appunto succede, quando si mette l'estremità di un dito al foro del fondo di un vase pieno di fluido per impedirne lo spargimento. Il dito, che chiude l'apertura del vase, sostiene soltanto il peso della colonna fluida, che sù di essa perpendicolarmente s'appoggia. Il contrario osservasi ne' corpi solidi, le parti de' quali per essere insieme legate, ed attaccate le une alle altre non possono gravitare, se non tutte assieme, unendosi tutte le loro gravità in un sol punto, che si chiama *centro di gravità*, il qual centro se si sostiene, si sostiene ancora tutto il peso del solido. Così in qualunque parte si prenda una pietra, o un legno, si sostiene tutta la sua massa, e tutto il suo peso.

22. Dalla gravità, che hanno le particelle, che compongono il fluido, ne siegue, che il fluido superiore deve premere all'ingiù col suo peso le particelle del fluido
fot-

sottoposto, e che la pressione, che queste sostengono all' ingiù dal peso del fluido superiore, dev' essere tanto maggiore, quanto maggiore si è la loro distanza dalla suprema superficie. Imperocchè si concepisca (fig. 1.) dentro del fluido $BACD$ la colonna fluida os , che dalla suprema superficie AC insiste perpendicolarmente sulla particella s . Essendo la particella o grave, dovrà ella col suo peso premere all' ingiù la particella, che l' è immediatamente sottoposta, vale a dire la seconda particella. Questa seconda particella premerebbe con forza eguale alla pressione, che riceve dalla prima, ossia con forza eguale al peso della prima particella, la terza particella, che le stà immediatamente sottoposta, ancorchè ella non fosse grave. Ma la seconda particella è grave egualmente, che la prima, e perciò la terza particella sarà all' ingiù premuta con forza eguale al peso della prima, e seconda particella. Nella stessa maniera s' intenderà, che la quarta particella verrà all' ingiù premuta con forza eguale al peso della prima,

ma,

ma, seconda, e terza particella, e così di seguito. Le particelle adunque inferiori della colonna fluida *o s* vengono tutte all'inghiù premute dal peso del fluido superiore, e la pressione, che sostengono, è tanto maggiore, quanto maggiore si è il numero delle particelle sopraposte, ossia quanto maggiore si è la distanza, ch'esse hanno dalla suprema superficie del fluido stagnante. Quindi l'infima particella *s* della colonna fluida *s o* sosterrà dal fluido superiore la massima pressione, la particella suprema *o* sosterrà nessuna pressione, le particelle finalmente poste tra queste due sosterranno maggiore, o minore pressione, secondo che maggiore, o minore sarà la loro distanza dalla suprema superficie del fluido. Lo stesso deve applicarsi alle particelle delle altre colonne fluide, nelle quali si può concepire diviso tutto il fluido *B A C D*.

23. Ma oltre questa pressione all'inghiù, la quale è comune ancora ai solidi, esercitano i fluidi un'altra pressione loro affatto singolare. Le particelle inferiori del fluido

B

essen-

essendo all' ingiù premute dalle superiori, se non ritrovano da ogni parte una resistenza eguale alla pressione, che sostengono all' ingiù dalla gravità del fluido superiore, l' esperienza dimostra, che cedono alla pressione del fluido superiore, si muovono verso quella parte, dove trovano minore resistenza, ne si rimettono tra di loro in equilibrio, ossia non diventano stagnanti, se non quando la resistenza, che da ogni parte sostengono, è uguale alla pressione, che ricevono dalla gravità del fluido superiore. Lo stesso si osserva ancora in quelle particelle del fluido inferiore, sulle quali non gravita immediatamente il fluido superiore, come sono le particelle *a, m, b, n* &c., poste ai lati (fig. 2.) *BA, CD* del vase convergente *BADC*, le quali non hanno sopra di sè il fluido premente. Anche queste particelle non si ristabiliscono mai in quiete, se non quando la resistenza, che da ogni parte sostengono, è uguale alla pressione, che loro *mediatamente*, ossia col mezzo delle particelle contigue trasmette la
gra-

gravità del fluido superiore. Si può quindi stabilire, che le particelle di un fluido stagnante, qualunque sia il vase, che lo contiene, esercitano la pressione, che loro viene trasmessa dalla gravità del fluido superiore, egualmente verso ogni parte, vale a dire dall'insù all'ingiù, dall'ingiù all'insù, lateralmente, e secondo qualunque altra direzione.

24. Per assicurarsi di questa pressione universale de' fluidi si certa dalla esperienza, e ammessa da tutti gl' Idrostatici basta addattare dentro di un vase, qualunque esso siasi, l'estremità di un tubo aperto in tutte due le sue estremità. L'attento Osservatore vedrà, che le particelle del fluido, che vi si affaccieranno, incomincieran tutte ad entrarvi con eguale velocità, qualunque si ponga la direzione del tubo, orizzontale, verticale, inclinata all'insù, oppure anche all'ingiù. Ma in qual maniera potrebbero codeste particelle entrare con eguale velocità nel tubo sotto qualunque direzione, se le loro pressioni non fossero per ogni verso eguali? Lo stesso succede

B 2

per

ancora in tutte le altre particelle del fluido con questa differenza però, che le particelle più vicine alla suprema superficie del fluido entrano nel tubo con minor velocità, che quelle, che sono dalla medesima più distanti, essendo nel primo caso la pressione, che ricevono dalla gravità del fluido superiore, minore, che nel secondo caso. Ma la migliore prova, che si possa addurre di questa pressione universale de' fluidi, si è il dimostrare, come da questa ne risultino tutti i fenomeni dell'equilibrio de' fluidi stagnanti, la qual cosa noi faremo vedere in questo nostro corso idrostatico.

25. Questa pressione universale de' fluidi stagnanti si suole in quasi tutti gli elementi d'Idrostatica così dimostrare. Si ponga il fluido stagnante: se le particelle, che lo compongono, non fossero in qualche parte premute, oppure se le pressioni, che verso ogni parte sostengono, non fossero tutte eguali, cedendo elleno alla maggior pressione si moverebbero contro l'ipotesi da quella parte, ove o non sentissero, oppure sentisse-

tissero minor pressione. Richiede adunque l'idea dell'equilibrio, che le particelle del fluido stagnante sieno verso ogni parte egualmente premute. Quindi è, che per l'eguaglianza delle contrarie azioni devono esse premere tutte quelle particelle, dalle quali sono toccate. Ma chi non vede, quanto sia inconcludente questa dimostrazione? Imperocchè, siccome saggiamente riflette l'Autore della risposta del Giornale di Pisa alle riflessioni d'un anonimo sopra l'articolo II. del tomo xxx., in cui meritamente si loda la Meccanica de' fluidi del celebre P. Abate Cametti, „ la nozione dell'equilibrio per quanto si volti, e rivolti da tutte le parti, non porta in nessuna maniera uguaglianza di pressione per ogni verso, come si assume, ma eguaglianza soltanto di pressione per le direzioni diametralmente opposte. Quando le pressioni opposte diametralmente a due a due sono eguali; qualunque sia la loro ineguaglianza rispetto alle altre direzioni, anzi quand'anche le pressioni diametralmente opposte a

due a due venissero a mancare, o bisogna rinunciare a tutti i principj della Meccanica, o amettere l'equilibrio. L'eguaglianza di pressione adunque per tutte le direzioni, siccome la mancanza totale per ciascuna, non forma l'essenza dell'equilibrio, forma un caso particolare, ognuno bene intendendo, che ove tutte le pressioni sono eguali, le diametralmente opposte a due a due sono eguali, e ove tutte mancano, le diametralmente opposte mancano a due a due „. Sono parole del citato Autore. Si vegga la suddetta risposta, nella quale si discorre egregiamente sù di questo principio idrostatico.

26. Per volere coi principj della Meccanica determinare la legge della pressione de' fluidi stagnanti, bisognarebbe, come avverte il chiarissimo P. Cametti nella sua Meccanica de' fluidi insieme coi celebratissimi uomini il P. Francesco Jacquier ne' suoi elementi di Fisica particolare, ed il Sig. de Alembert nel suo trattato dell'equilibrio, e del moto de' fluidi, bisognarebbe, dico,
saper

faper precisamente la figura, che hanno, e la disposizione, che fra loro tengono le particelle del fluido, allorchè sono in equilibrio, potendosi sempre, data la figura, che hanno più corpi, e data la disposizione, ch' essi tengono fra loro, mentre sonq in equilibrio, ritrovare la legge della loro azione. Ma le particelle, che compongono i fluidi, non cadendo sotto i nostri sensi, non si può conoscere esattamente la figura loro, e l'ordine, secondo il quale elleno sono disposte, mentre sono in equilibrio. Quindi è, che con i soli principj della Meccanica non si potrà mai fissare la legge della pressione, che osservano i fluidi equilibrati. La sola esperienza adunque ci può assicurare della verità di questa legge, e quindi s' intende, perchè, lasciato da parte ogni discorso benchè ingegnoso, nello stabilirla sian ricorsi unicamente alla esperienza.

27. Abbiamo innumerabili esempj della pressione de' fluidi verso ogni parte. Un vase in tutte le sue parti esattamente chiu-

fo, ed immerfo del tutto nell' acqua dovunque fi apra o nella cima, o nel fondo, o nei lati, e qualunque fia l' apertura, l' acqua vi entra con tanto più di preffezza, quant' è maggiore l' altezza dell' acqua full' apertura del vafe . Particolarmente ci offre un efempio della preffione laterale de' fluidi una nave, un lato della quale fia ftato trapaffato da una cannonata . Se non fi chiude l' apertura, fi affonda la nave, e fi perde, come fe l' aperfoffe tura nel fondo . Quindi, quando fi oppongono argini alle acque, l' idraulico Architetto ha gran cura di renderli proporzionati alla loro preffione laterale . Quante inondazioni non fono fequitte, perchè le oppofte refistenze non erano proporzionate agli sforzi dell' acqua? Tali precauzioni, ficcome faggiamente offerva il Sig. Abate Nollet nelle fue lezioni di Fifica Sperimentale tom. 2. lez. 7. par. 3., fi devono avere ancora ne' lavori, ne' quali le materie sì per la piccolezza delle loro parti, come anche per il loro quafi niffuno col-

le-

legamento hanno qualche poco di fluidità:
 „ Se per esempio, dic' egli, si alza una
 diga con della terra, e con della ghiaja,
 ella vedesi scrollare ben presto, se ai suoi
 lati non si dà un pendio sufficiente; che
 chiamasi *scarpa*, ed i muri, che circonda-
 no levate di terra, non resistono all' urto,
 se non hanno una solidità proporzionata
 all' altezza, e alla natura delle terre. „

C A P O III.

*Della misura della pressione de' fluidi contro
 le loro particelle, e dell' equilibrio,
 che nasce dalla loro pressione.*

28. **P**Rincipio fondamentale di tutto que-
 sto corso idrostatico. *Qualunque
 sia il vase, che contiene il fluido stagnan-
 te, tutte le particelle di questo fluido eser-
 citano la pressione, che loro viene trasmef-
 sa dalla gravità del fluido superiore, egual-
 mente verso ogni parte.*

29. **SCOLIO.** Da questo principio, che
 abbiain già stabilito nel capo precedente, ho
 pro-

procurato di dedurre colla maggior chiarezza, e severità tutta l'Idrostatica, siccome chiaramente vedrà, chi avrà la bontà di leggere tutto questo corso.

TEOREMA I.

Siavi un vase di qualunque figura ABCD pieno di un fluido stagnante: dico, che la pressione, che verso ogni parte esercita la particella s (fig. 2.) del fluido contenuto, è uguale al peso della colonna os , che dalla suprema superficie BC del fluido insflesse perpendicolarmente sulla particella s .

DIMOSTRAZIONE.

30. **L**A pressione, che verso ogni parte esercita la particella s , è uguale a quella, che riceve dalla gravità del fluido superiore (28). Ma la pressione, che la particella s riceve dalla gravità del fluido superiore, è uguale soltanto al peso della colonna os . Imperocchè si supponga il fluido, che giace sotto la sezione ab , consolidato in guisa tale, che conservi il suo primie-

ro luogo, e volume: egli è chiaro, che le parti del fluido rinchiuso dentro di $aBCb$, conservando la loro primiera distanza dalla suprema superficie BC del fluido, resteranno ancora nel loro primiero stato di pressione. Per la stessa ragione non si cangerà la pressione delle parti componenti la colonna fluida os , se nella stesso modo s'intenderà consolidato tutto il resto del fluido. In questa ipotesi adunque la pressione, che soffre la particella s dalla gravità del fluido soprapposto sarà eguale al peso della colonna os . Ma la particella s soffre egual pressione dalla gravità del fluido superiore, ossia solamente fluida la colonna os , ossia fluida tutta la massa del fluido contenuto nel vase $ABCD$, essendo in tutti due i casi nello stesso stato di pressione. Dunque la pressione, che dal fluido superiore sostiene la particella s , è uguale al peso della colonna fluida os . Sarà dunque ancora la pressione, che verso ogni parte esercita la particella s , eguale al peso di detta colonna, ossia della colonna os , che dalla su-

pre

prema superficie B C. infiste perpendicolarmente sulla particella s . Ciochè &c.

31. SCOLIO. Se la colonna os (fig. 3.), che infiste sulla particella s del fluido contenuto nel vase inclinato B A D C, fosse inclinata, la pressione, ch' eserciterebbe verso ogni parte la particella s , farebbe eguale al peso di una colonna del medesimo fluido avente per base la particella s , e per altezza l' altezza perpendicolare della colonna os , essendo la pressione, che sostiene dalla gravità del fluido sovrapposto, eguale al peso di detta colonna. Infatti si conduca per la particella s il piano orizzontale aa , e dal punto o della colonna inclinata os si cali la perpendicolare om , la quale esprimerà l' altezza di detta colonna. Venendo la particella s premuta all' ingiù dalla gravità della colonna os , che fa la sua pressione secondo la direzione obliqua os , ritroverassi questa gravità *relativa*, se chiamata b la particella s base della colonna inclinata os , si farà la proporzione, che siegue $os : om$ come la gravità assoluta della

la

la colonna $os \equiv b \cdot os$ alla gravità relativa della medesima $\equiv \frac{b \cdot os \cdot om}{os} \equiv b \cdot om$;

eguale cioè al peso di una colonna del medesimo fluido avente per base la particella s , e per altezza l'altezza perpendicolare om della colonna inclinata os . Quindi ne siegue, che, se la colonna os , che insiste (fig. 4.) sulla particella s del fluido contenuto nel vase $AODCOB$, farà curva, la pressione, ch' eserciterà verso ogni parte la particella s , farà eguale al peso di una colonna retta del medesimo fluido, avente per base la particella s , e per altezza l'altezza perpendicolare Ar della colonna curva os . Imperocchè potendosi considerare la curva os come il poligono Amn &c. (fig. 5.) composto dalle rette infiniteime Am, mn &c. congiunte fra di loro ad angolo infinitamente ottuso, farà la pressione, che riceverà la particella m dal peso della colonna inclinata Am , eguale al peso della colonna retta AB , quella della particella n eguale al peso delle colonne rette AB ,
 $ma,$

in a, ossia della colonna retta *AC*, e quindi s'intenderà esser la pressione, che sostiene la particella *s* (fig. 4.) dal peso della colonna curva *os*, eguale al peso della colonna retta *Ar*, avente per base la particella *s*, e per altezza l'altezza perpendicolare *Ar* della colonna curva *os*.

32. COROLL. I. La pressione, che dalla particella *s* sostengono tutte quelle, che da ogni parte la toccano, è uguale al peso della colonna fluida *os* (fig. 2.), che dalla suprema superficie *BC* insiste perpendicolarmente sulla particella *s*, essendo la pressione, che verso ogni parte esercita la particella *s*, eguale al peso di detta colonna.

33. COROLL. II. Le pressioni, che verso ogni parte sostiene la particella *s* dalle particelle, che da ogni parte la toccano, sono eguali al peso della colonna fluida *os*. Imperocchè le particelle, che da ogni parte toccano la particella *s*, benchè vengano da questa premuta con forza eguale al peso della colonna *os*, restano con tutto ciò immobili ne' propri luoghi, supponendosi il fluido
sta.

stagnante . La pressione adunque , che queste fanno contro la particella s , dev' essere eguale a quella , che dalla medesima sostengono ; e perciò le pressioni , che dal fluido sostiene la particella s verso ogni parte , sono eguali al peso della colonna fluida os .

T E O R E M A II.

Si concepisca passare il piano orizzontale ab per la particella s del fluido contenuto nel vase ABCD: dico, che tutte le particelle del fluido poste nel medesimo piano orizzontale ab esercitano verso ogni parte una pressione eguale al peso della colonna fluida os , che dalla suprema superficie BC del fluido insiste perpendicolarmente sulla particella s .

D I M O S T R A Z I O N E.

34. **L**E particelle del medesimo piano orizzontale ab , che all'intorno toccano la particella s , si dicano A, quelle del medesimo piano, che all'intorno toccano le particelle A, si dicano B, quelle del medesimo piano, che all'intorno toc-

no

cano le particelle B, si dicano C, e così di seguito le altre particelle si dicano D, E, F, &c. La pressione, che ciascuna delle particelle A esercita contro la particella s , è uguale al peso della colonna fluida os (33). Ma la pressione, che ciascuna delle particelle A esercita contro la particella s , è uguale a quella, che fa verso ogni altra direzione (28). La pressione adunque, che verso ogni direzione esercita ciascuna delle particelle A, è uguale al peso della colonna fluida os . Nella stessa maniera dimostrerò, che ancora le pressioni, che verso ogni direzione esercita ciascuna delle particelle B, C, D, &c. sono eguali al peso della medesima colonna os , dovendo (32, e 33) le particelle A essere premute dalle particelle B, le particelle B dalle particelle C, e così di seguito con forza eguale al peso della medesima colonna os . Tutte adunque le particelle del fluido poste nel medesimo piano orizzontale ab esercitano verso ogni parte una pressione eguale al peso della medesima colonna os , Ciochè &c.

35. COROLL. I. Esercitando ciascuna particella del fluido contenuto nel piano orizzontale *ab* verso ogni parte una pressione eguale al peso della colonna fluida *os*, farà ancora ciascuna particella con egual forza premuta verso ogni parte. Se la particella farà da ogni parte toccata dal fluido, la pressione, che verso ogni parte sostiene, farà effetto soltanto della pressione del fluido ambiente; se poi farà toccata e dal fluido, e dall' interna superficie del vase, la pressione, che sostiene, farà effetto e della pressione del fluido, e della reazione dell' interna superficie del vase.

36. COROLL. II. Tutte adunque le particelle inferiori di un fluido stagnante, qualunque sia il vase, che lo contiene, premono, e sono premute verso ogni parte, e la quantità della pressione, che ciascuna o esercita, o sostiene verso qualunque direzione, è uguale al peso della colonna, che dalla suprema superficie del fluido stagnante insiste perpendicolarmente o sù di essa, o sù una di quelle particelle, che sono nel me-

C

desi-

desimo piano orizzontale. Quindi, essendo le pressioni, che ciascuna particella esercita verso ogni parte, eguali, ed opposte a quelle, che da ogni parte sostiene, dovranno queste pressioni distruggerfi totalmente. Se la particella del fluido sarà da ogni parte toccata dal fluido, la pressione, che esercita, sarà distrutta da quella del fluido ambiente; se poi sarà toccata e dal fluido, e dall' interna superficie del vase, la pressione, che esercita, sarà distrutta parte dalla pressione del fluido, e parte dalla reazione dell' interna superficie del vase. Dallo struggimento di queste pressioni tra loro eguali, ed opposte ne nasce in tutta la massa del fluido l' equilibrio, ossia la quiete delle parti prementi, ossia l' essere stagnante del fluido.



TEO.

TEOREMA III.

Sia il fluido, che si contiene nel vase ABCD, (fig. 2.) qualunque esso siasi, stagnante: dico, che tutte le particelle della suprema superficie BC saranno nel medesimo piano orizzontale.

DIMOSTRAZIONE.

37. **S**I conduca il piano orizzontale ab . La pressione, che dal fluido superiore sostiene all'ingiù la particella s , è uguale al peso della colonna os (30). Similmente la pressione, che dal medesimo fluido sostiene all'ingiù la particella r , è uguale al peso della colonna rz del medesimo fluido. Ma le particelle s, r essendo poste nel medesimo piano orizzontale ab , sono dal fluido egualmente premute all'ingiù (36). Dunque ancora i pesi delle colonne fluide os, rz sono eguali; perciò eguali ancora le altezze delle colonne os, rz , e conseguentemente le particelle o, z sono nel medesimo piano orizzontale. Nella stessa

maniera dimostrerò, che ancora le particelle della suprema superficie BC del fluido stagnante si ritrovano nel medesimo piano orizzontale. Ciocchè &c.

38. COROLL. I. Essendo le direzioni della gravità delle particelle del fluido, che si ritrovano nella suprema superficie BC , tutte perpendicolari a questa superficie, e dovendo di più prolungate concorrere tutte al centro della Terra, che si suppone il centro comune di tutti i corpi gravi, la suprema superficie BC del fluido stagnante dovrà essere una parte di una superficie sferica concentrica alla Terra. Altrimenti non si avrebbe questo concorso, essendo proprietà della sola superficie sferica, che le rette condotte perpendicolarmente ai suoi punti si uniscan tutte al di lei centro. Il piano adunque, che ci presenta la suprema superficie BC del fluido contenuto nel vase $ABDC$, è tale soltanto in apparenza: in realtà la superficie BC è una parte di una superficie sferica concentrica alla Terra.

39. SCOLIO. Apparisce ai nostri sensi la superficie BC un piano orizzontale, perchè, essendo ella un piccol' segmento di una grande superficie sferica, non può dai nostri sensi essere distinta da una superficie piana in quella guisa appunto, che un piccol' arco di un gran cerchio si confonde sensibilmente colla sua tangente. Nel resto quando i tratti delle acque sono lunghi, la stessa esperienza ci assicura della convessità della loro suprema superficie. Imperocchè si sa, che quei, che stanno in qualche porto, scorgono le cime degli alberi della nave, che approda, prima di poter veder il corpo della nave; restando dalla convessità del mare interrotto il raggio visuale, che parte dal corpo della nave, mentre non resta interrotto quello, che viene dalla cima degli alberi. Per la stessa ragione quei, che navigano, quando si approssimano al porto di qualche città, scuoprano i campanili, ed i tetti delle case prima di vederne il lido.

40. COROLL. II. Essendo la suprema su-

C 3

per-

perficie BC del fluido stagnante , che si contiene nel vase ABCD , rigorosamente parlando , una parte di una superficie sferica concentrica alla Terra , quanto più vicino sarà il vase ABCD al centro della Terra , tanto maggiore sarà la convessità della superficie sferica BC concentrica alla Terra ; e perciò tanto più alto sarà il fluido sopra l'orlo del vase ABCD , e conseguentemente dovrà il vase ABCD comprendere maggior quantità di fluido . Quindi , se il medesimo vase ABCD pieno di fluido si supporrà continuamente allontanarsi dal centro della Terra , dall'orlo di questo vase dovrà continuamente grondare un poco di fluido , rimanendo con tutto ciò costantemente pieno il vase . Nella stessa maniera s'intenderà ancora , che , se il fondo di una cisterna , o di un lago sarà il piano AB , (fig. 6.) che tocca la terra EO nel punto O , l'acqua stagnante , dovendo avere la sua suprema superficie sferica , e concentrica alla Terra , dovrà essere più alta , ossia più profonda nel mezzo della cisterna , ossia

fia

sia del lago, che altrove, siccome facilmente s' intenderà, se, fatto centro nel punto C, si descriverà coll' intervallo CA un cerchio.

P R O B L E M A.

*Ritrovare l' estensione , che deve avere la
suprema superficie di un fluido stagnante ,
per poter' essere considerata sensibilmente
piana :*

S O L U Z I O N E.

41. **E** Ssendo la lunghezza di un grado del meridiano terrestre secondo le osservazioni del Sig. Piccart = 57600 tese parig., se si ridurrà questo grado a tanti minuti secondi, si avrà il numero delle tese, che convengono ad un minuto secondo del medesimo meridiano, col fare questa proporzione $3600'' : 57600 = 1'' : x$, e farà $x = 16$. tese parig. Ma potendosi un' arco di un minuto secondo considerare sensibilmente come una linea retta, ancora quella parte della superficie terrestre, ossia quella estensione della suprema superficie di un fluido

stagnante, la quale non oltrepassa la lunghezza di 16 tese parig., si potrà sensibilmente considerare piana. Ciochè si dovea ritrovare.

42. SCOLIO. La suprema superficie di un fluido stagnante, ossia grande, ossia piccola, vale a dire ossia sferica, ossia sensibilmente piana, si suole dagl' Idrostatici chiamare *il piano del livello*; essendo il piano del livello una superficie, ciascun punto della quale, è ugualmente distante dal centro della Terra.

T E O R E M A I V.

Sia ora la suprema superficie BC (fig. 2.) del fluido contenuto nel vase ABCD un piano orizzontale: dico, che tutto il fluido contenuto sarà stagnante.

D I M O S T R A Z I O N E.

43. **S**I conduca in qualunque luogo del vase ABCD il piano orizzontale *ab*, tutte le particelle del fluido poste in questo piano faranno dal fluido superiore all' in.

ingiù premute egualmente, essendo eguali i pesi delle colonne fluide so , rz , che dalla suprema superficie orizzontale BC del fluido insistono perpendicolarmente sulle particelle s , r ; e quindi eguale sarà la pressione, ch' eserciteranno, e sosterranno verso ogni parte; e perciò faran tutte tra di loro in quiete, ossia stagnanti (36). Nella stessa maniera dimostrerò, che ancora le altre particelle poste nelle altre sezioni orizzontali faranno in quiete; e perciò tutto il fluido contenuto nel vase $ABCD$ farà in quiete, ossia stagnante. Ciochè &c.

44. COROLL. I. Essendo il fluido in equilibrio, quando la sua suprema superficie è orizzontale, se si concepirà condotto in qualunque luogo del vase $ABCD$ il piano orizzontale ab , tolto il fluido, che si contiene nella parte $BabC$ del vase, il resto del fluido $aAbD$, continuando ad avere la sua suprema superficie ab orizzontale, rimarrà ancora in equilibrio. Per la medesima ragione non si toglierà l'equilibrio del fluido $aAbD$, se a questo fluido
fi

si concepirà aggiunto il fluido $BabC$ in modo, che la sua suprema superficie BC sia orizzontale.

45. COROLL. II. L'equilibrio de' fluidi non dipende ne dalla figura del vase, che li contiene, ne dalla quantità della loro materia; ma dipende unicamente dall'aver le particelle della loro superficie nel medesimo piano orizzontale, ossia, ch'è lo stesso, dall'aver le particelle della loro suprema superficie egualmente distanti dal centro della Terra. Quindi, posta la suprema superficie AD (fig. 7.) orizzontale, tanto il fluido, che si contiene nel vase $AOCD$, quanto quello, che si contiene ne'vasi ABD , $OMNC$, $OMDB$, farà in equilibrio, benchè diversa sia la quantità del fluido contenuto, e diversa la figura de'vasi, che lo contengono. Onde, se non tutte le particelle della suprema superficie del fluido giaceessero nel medesimo piano orizzontale, le particelle delle sezioni orizzontali inferiori non farebbero tutte egualmente premute verso ogni parte, e quindi quelle, che

che son più premute, si moverebbero verso quella parte, dove proverebbero minor pressione, ne cessarebbe mai il loro movimento, ossia non si restituirebbe mai il loro equilibrio, se non quando le particelle della suprema superficie si farebbero messe nel medesimo piano orizzontale.

T E O R E M A V.

Sianvi due vasi comunicanti AG, DS, (fig. 8.) qualunque essi sieno, e si supponga omogeneo, e stagnante il fluido contenuto in ciascuno di questi due vasi: dico, che le supreme superficie AB, CD del fluido in ciascun vase contenuto saranno nel medesimo piano orizzontale.

D I M O S T R A Z I O N E.

46. **S**I conduca il piano orizzontale MM per il fluido contenuto nel vase GPPS, e si ponga questo vase tagliato in qualche luogo dal piano verticale OO. Essendo il fluido contenuto in questi due vasi stagnante, egli è chiaro, che
sarà

farà la pressione, che le particelle della
 sezione verticale OO sostengono dal fluido
 $APOOGB$ verso PS , eguale a quella,
 che le medesime particelle sostengono dal
 fluido $DPOOSC$ verso PG (36). Ma la
 pressione, che sostiene la particella H del-
 la sezione OO dal fluido $APOOGB$ ver-
 so PS , è uguale al peso della colonna flui-
 da zz , che dalla suprema superficie AB
 insiste perpendicolarmente sulla particella
 z , e la pressione, che sostiene la stessa parti-
 cella H dal fluido $DPOOSC$ verso PG ,
 è uguale al peso della colonna del mede-
 simo fluido rr , che dalla suprema super-
 ficie DC insiste perpendicolarmente sulla
 particella r (34). I pesi adunque delle co-
 lonne fluide zz , rr sono eguali; e perciò
 eguali ancora le altezze zz , rr , essendo
 queste colonne del medesimo fluido, e del-
 la medesima base. Sono adunque le parti-
 celle z , r delle supreme superficie AB ,
 CD nel medesimo piano orizzontale. Nel-
 lo stesso modo ancora si dimostrerà, che
 tutte le altre particelle delle supreme su-
 per-

perficie AB, CD sono nel medesimo piano orizzontale. Ciochè &c.

47. SCOLIO I. La stessa dimostrazione vale, qualunque sia la figura, e l'inclinazione de' vasi comunicanti. Imperocchè, condotto il piano orizzontale PP (fig. 4.) per l'infima particella O della sezione verticale OO, le pressioni, che le particelle della sezione verticale OO sostengono e dal fluido AOOB verso DP, e dal fluido DOOC verso AP, non possono essere eguali, se non poste le altezze AP, DP del fluido in ciascun vase contenuto eguali, essendo le pressioni, che sostiene ciascuna particella della sezione verticale OO, per esempio, H dal fluido AOOB verso DP, e dal fluido DOOC verso AB come le corrispondenti altezze *a*A, *d*D (31. 34.); e perciò le supreme superficie AB, CD del fluido stagnante devono esseré nel medesimo piano orizzontale. Ciochè ho dimostrato del fluido stagnante, che si contiene in due vasi comunicanti, si deve applicare ancora al fluido

sta-

stagnante, che in più vasi comunicanti si contiene, qualunque sia il loro numero, figura, capacità, inclinazione &c.

48. SCOLIO II. Potevasi il presente Teorema dimostrare in quest'altra maniera. Sia vi il vase AOD pieno di un fluido omogeneo, e stagnante: farà la suprema superficie AD di questo fluido stagnante orizzontale. Se si supponesse la porzione BOC di questo fluido consolidata, cosicchè conservasse il suo primiero luogo, e volume, tutte le particelle del fluido AODCOB conservando ancora la loro primiera distanza dal piano orizzontale AD, resterebbero nel loro primiero stato di pressione, ne si turbarebbe la loro pressione, ancorchè, restando immobile nel suo luogo la curva BOC, il resto del fluido consolidato BOC venisse levato. Quindi s'intende, che le supreme superficie AB, CD del fluido, che si contiene nel vase comunicante AODCOB, devono essere nel medesimo piano orizzontale AD. Ma abbiamo a questa preferita la precedente dimostrazione, siccome quella, che

che meglio sviluppa la dottrina dell'equilibrio de' fluidi contenuti ne' vasi comunicanti.

49. COROLL. I. Si conduca il piano orizzontale PP per l'infima particella O della sezione verticale OO : essendo le supreme superficie AB, CD del fluido in ciascun vase contenuto nello stesso piano orizzontale AC, faranno le altezze AP, DP del fluido in ciascun vase eguali. Similmente, poste le direzioni de' gravi al centro della Terra, le supreme superficie AB, CD faranno segmenti della medesima superficie sferica concentrica alla Terra. Quindi, se si supporranno stagnanti le acque de' mari, comunicando queste tra di loro, avranno tutte le loro supreme superficie nella medesima superficie sferica concentrica alla Terra, ossia farà la superficie suprema delle acque de' mari sferica; e quindi ancora quella della Terra, potendosi senza pericolo di errore prendere la superficie del mare per la superficie regolare della Terra.

50. SCOLIO. Questa è una delle prove,

ve , che adducevano gli antichi Filosofi della figura sferica della Terra . Ma questa ragione suppone due cose , le quali possono essere negate , vale a dire , che le direzioni de' gravi tendano ad un punto solo dentro della Terra , e che la Terra non si mova intorno al proprio asse . Di questo argomento presto presto si parlerà di nuovo .

51. COROLL. II. Se il fluido APOOGB (fig.9.) fosse specificamente più grave dell' altro fluido DPOOSC , le pressioni , che la particella H della sezione verticale OO , che divide questi fluidi eterogenei , sostiene dal fluido APOOGB verso DP , e dal fluido DPOOSC verso AP , non potrebbero essere eguali fra loro , se non poste le gravità specifiche delle colonne fluide zz , rr in ragione inversa delle loro altezze , non potendo essere eguali i pesi , ossia le gravità assolute delle colonne zz , rr , se non poste le gravità specifiche in ragione inversa de' volumi (17) , ossia per l' eguaglianza delle basi di queste colonne in ragione inversa delle altezze . Le supreme
fu.

superficie adunque de' fluidi $APOOGB$, DP $OOSC$ di diversa gravità specifica non sono nel medesimo piano orizzontale, e le loro distanze dal piano orizzontale PP , che passa per l' infima particella O della sezione OO , ossia le altezze di questi fluidi sono in ragione inversa delle loro gravità specifiche. Se il fluido specificamente più grave fosse $APPdcSGB$, condotto il piano orizzontale $dcba$, egli è chiaro, che le altezze aA , dD di questi fluidi stagnanti, e di diversa gravità specifica dovranno essere in ragione inversa delle loro gravità specifiche. Lo stesso ha luogo ancora, quando un terzo fluido specificamente più grave degli altri due occupa il vase di mezzo $GPPS$.

52. SCORIO. Da questo corollario hanno ricavata i Fisici la maniera di ritrovare idrostaticamente le ragioni delle gravità specifiche de' fluidi, paragonando le loro altezze, mentre sono in equilibrio. Imperocchè se le altezze de' fluidi di gravità diversa, e stagnanti si chiameranno A, a , le loro gravità specifiche S, s , conoscendo le

D altez-

altezze, che hanno questi fluidi stagnanti dentro i vasi comunicanti, si ritroverà ancora la ragione, che passa tra le loro gravità specifiche, facendo $A : a :: S : S$. Per esempio si versi dentro del tubo AGGB del mercurio, cosicchè possa riempire con esattezza il tubo di comunicazione GPPS, poscia dell' acqua fino in ab , e nell' altro tubo DSSC si versi dell' olio di terebinto, finchè le due superficie GG, SS del mercurio sieno nel medesimo piano orizzontale. Fatto l' esperimento, trovò il Sig. Gravefande, esser l' altezza dell' acqua sopra la superficie GG del mercurio a quella dell' olio di terebinto sopra la superficie SS del medesimo $= 87 : 100$. Adunque sarà la gravità specifica dell' acqua a quella dell' olio di terebinto $= 100 : 87$. Si riempie di mercurio il tubo di comunicazione per impedire la mescolanza dei due fluidi, che potrebbe farsi in questo. Ma questo metodo in pratica è sottoposto a non poche difficoltà, principalmente perchè non si può esattamente determinare la vera altezza de' fluidi,

di, essendo la loro suprema superficie dalle cause fisiche turbata in modo, che non è piana, ma convessa nel mercurio, e concava negli altri fluidi, che si attaccano alle interne pareti del vase.

T E O R E M A VI.

Siano ora le supreme superficie AB, CD del fluido omogeneo (fig. 8.), che si contiene ne' vasi comunicanti AG, DS. nel medesimo piano orizzontale: dico, che tutto il fluido contenuto sarà stagnante.

D I M O S T R A Z I O N E.

53. **E** Ssendo le supreme superficie AB, CD del fluido omogeneo contenuto ne' vasi comunicanti nel medesimo piano orizzontale, siccome si suppone, le colonne fluide zz , rr , che dalle supreme superficie AB, CD perpendicolarmente insistono sulle particelle z , r della sezione orizzontale MM, faranno eguali; e quindi ancora la pressione, che sostiene la particella H della sezione verticale OO dal flu-

D 2

do

do DPOOSC verso PG, farà eguale alla pressione, che la medesima sostiene dall' altro fluido APOOGB verso PS, e conseguentemente la particella H dovrà restare in quiete. Nella stessa maniera si dimostrerà ancora, che le altre particelle della medesima sezione verticale OO saranno in quiete, e che però tutto il fluido contenuto sarà stagnante. Ciochè &c.

54. COROLL. I. L'equilibrio de' fluidi posti ne' vasi comunicanti AG, DS dipende soltanto dall'essere nel medesimo piano orizzontale le supreme superficie AB, CD, oppure dall'essere egualmente distanti dal centro della Terra tutte le particelle delle loro supreme superficie, oppure finalmente dall'essere eguali le loro altezze perpendicolari AP, DP sopra del piano orizzontale PP, che passa per l'infima particella O della sezione verticale OO, qualunque sia la capacità, la figura, e l'inclinazione de' vasi comunicanti. Quindi se l'altezza del fluido contenuto nel vase CP fosse maggiore di quella del fluido tenu-

tenuto nell' altro vafe BP, ancorchè il fluido DPOOSC foſſe di minore quantità dell' altro fluido APOOGB, con tutto ciò, venendo in queſto caſo la ſezione verticale OO più premuta dal fluido DPOOSC verſo PG, che dall' altro fluido APOOGB verſo PS, le particelle di queſta ſezione OO cederebbero, diſcenderebbe il fluido contenuto nel vafe CP, ed aſcenderebbe quello, che ſi contiene nell' altro vafe BP, e queſto moto durarebbe, finchè l' altezza del fluido diventafſe in ciaſcun vaſe eguale.

55. COROLL. II. Non potendo un fluido omogeneo dentro di un vaſe comunicante, per eſempio, AODCOB (fig. 4.) eſſere in equilibrio, ſe non poſte le ſue ſupreme ſuperficie AB, CD nel medefimo piano orizzontale, facilmente ſ' intenderà;

I. Che ſe l' acqua di un fiume, o lago, penetrando col proprio peſo nella terra, vi troverà, oppure ſi formerà col tempo un canale della forma del vaſe AODCOB, qualunque ſia la diſtanza, che paſſa

tra AB, e CD, e qualunque sia la disposizione del terreno di mezzo, l'acqua dovrà salire così alto, com'è il luogo, da cui è discesa. Quindi non si deve stimare per un fenomeno inesplicabile una sorgente, la quale fa nascere, o mantiene dell'acqua considerabile sopra un monte benchè alto. Imperocchè cotest'acqua viene per occulti canali da qualche luogo ancora più alto, qualunque sia là sua distanza.

II. Che, se nella terra si formerà un canale perpendicolare all'orizzonte, ossia se si scaverà un pozzo, in vicinanza del quale vi siano delle acque, le quali abbiano la loro suprema superficie più elevata dal fondo del pozzo, queste acque, purchè la terra del fondo sia atta a permetterne il passaggio, dovranno rientrarvi, finchè l'acqua contenuta sia con esse loro in equilibrio. Da ciò s'intende, con quanta diligenza s'abbia da provveder e ai luoghi sotterranei, per esempio, alle cantine, che sono vicini ai fiumi, ai torrenti &c., per impedire, che nelle loro piene vi entri l'acqua per gli
ca-

canaletti, che sotto terra vi ritrova, oppure che si fa col suo sforzo.

III. Che di molti ricettacoli d'acque, i quali comunichino assieme, basta vedere uno per giudicare a quale altezza sia il medesimo fluido negli altri, ancorchè occulti, o inaccessibili: basta riempirne uno per riempirli tutti. Quindi si saprà, quanto resti di vino in una botte, sol che si possa unire al foro di comunicazione un tubo ascendente: si riempirà la botte di vino, sol che si versi il vino nel tubo ascendente, che colla medesima ha comunicazione.

56. COROLL. III. Se i fluidi, che si contengono ne' due vasi comunicanti AG, DS, (fig. 9.) saranno di diversa gravità specifica, e avranno le loro altezze in ragione inversa delle loro gravità specifiche, saranno le pressioni, che da ciascun fluido sostiene la sezione verticale OO, eguali fra loro, qualunque sia la capacità, la figura, e l'inclinazione de' vasi comunicanti; e perciò i due fluidi di diversa gravità specifica dovranno essere stagnanti. Se l'altezza di un fluido

crescerà sopra quella dell' altro , cosicchè le loro altezze non sieno più in ragione inversa delle gravità loro specifiche, si toglierà l' equilibrio , ne mai si restituirà , se non quando le altezze saranno in ragione inversa delle gravità specifiche .

57. SCOLIO . I moderni Filosofi supponendo, che la Terra si mova intorno del proprio asse , han dedotto da quest' ultimo corollario, che la Terra non dev' essere una sfera perfetta ; ma che dev' essere accostata ad una sferoide schiacciata , generata cioè dalla ruotazione di una semiellissi intorno al suo asse minore . Imperocchè, ravvolgendosi la Terra intorno al proprio asse nello spazio di 24. ore , tutte le parti della sua superficie non possono avere un' egual gravità , dovendo per la forza centrifuga, che dalla loro disugale velocità di ruotazione disugualmente acquistano , decrescere la loro gravità dall' equatore sino ai poli , cosicchè sotto i poli sia massima, minima sotto l' equatore , e media finalmente nelle parti di mezzo . Questa disuguaglianza di
gra-

gravità è certa ancora dalle osservazioni fatte verso l'equatore, e verso i poli. Quindi, comunicando le acque poste sotto l'equatore con quelle, che stanno verso i poli, siccome consta dalle osservazioni, non potranno queste acque di diversa gravità specifica essere tra di loro in equilibrio, se non supposta l'altezza delle acque equatorie tanto maggiore di quella delle polari, quant'è maggiore la gravità specifica delle acque polari di quella delle equatorie. Deve adunque l'acqua del mare essere più elevata sotto l'equatore, che sotto i poli; e quindi, dando all'acqua del mare posta ne' luoghi di mezzo una mezzana altezza, la suprema superficie delle acque del mare dovrà ritrovarsi in una superficie sferoidale, generata dalla rotazione di una semiellissi intorno al suo asse minore. Onde, potendosi prendere la superficie del mare per quella della Terra, sarà la Terra una sferoide schiacciata, generata dalla rotazione &c. Ma, poichè la differenza dei due semiasse, che passano per l'equatore, ed i poli di questa sferoide,

de, non è maggiore di $\frac{1}{11}$, siccome ha dimostrato il celebratissimo Sig. D. Paolo Frisi nella sua grand' opera della Cosmografia, in tutt' i usi idrostatici, quando le distanze non sono molto grandi, si può supporre la Terra di figura sferica, siccome noi l'abbiamo sin' ora supposta. Si noti qui per maggiore chiarezza delle cose già dette, e da dirsi, ch', essendo la Terra una sferoide, schiacciata verso i poli, le direzioni de' gravi, che sono perpendicolari alla di lei superficie, non mettono capo al vero centro; ma a diversi punti, che compongono uno spazio attorno del centro. Ma, essendovi, come ho detto, pochissima differenza tra la vera figura della Terra, e quella di una sfera perfetta, piccolissimo è questo spazio; e perciò si può senza errore sensibile in tutti gli usi idrostatici supporre, che le direzioni de' gravi tendano al vero centro della Terra.

C A P O IV.

*Della misura della pressione de' fluidi
contro le loro sezioni orizzontali.*

58. **I** Fondi, ed i coperchj de' vasi qui si
suppongono piani, ed orizzontali.

59. **SCOLIO.** La dottrina della pressio-
ne de' fluidi contro i fondi, ed i coperchj
de' vasi si renderà nel decorso dell' idrosta-
tica generale, si metterà nel suo vero lu-
me, e si libererà da quella confusione,
che regna ancora in molti libri d' idrosta-
tica.

T E O R E M A I.

*Siavi un vase di qualunque figura ABCD
(fig.2.) pieno di un fluido omogeneo, e
stagnante, e si concepisca il fluido diviso
in qualsivia luogo da un piano orizzon-
tale: dico, che la pressione, che dal flui-
do superiore ABCb sostiene all' ingiù la
sezione orizzontale ab, è eguale al peso
di una colonna del medesimo fluido avente
per base la sezione ab, e per altezza
la*

la distanza so della sezione ab dal livello del fluido.

DIMOSTRAZIONE.

60. **L**A pressione, che dal fluido superiore sostiene all'inghiù ciascuna particella della sezione orizzontale ab , è uguale al peso della colonna os del medesimo fluido, che dal livello del fluido insiste perpendicolarmente sulla particella s (35); e perciò la pressione, che dal fluido superiore sostengono all'inghiù tutte le particelle della sezione ab , ossia la pressione, che dal fluido superiore sostiene all'inghiù tutta la sezione ab , è uguale alla somma de' pesi di tutte le colonne fluide, che dal piano orizzontale, in cui si ritrova il livello del fluido contenuto, insistono su tutte le particelle della sezione ab , ossia è uguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base la sezione ab , e per altezza la distanza so della sezione ab dal livello del fluido. Ciocchè &c.

61. SCOLIO. Essendo le supreme superficie
AB,

AB, DC, (fig. 8.) che hanno i fluidi omogenei, e stagnanti dentro i vasi comunicanti, nel medesimo piano orizzontale AD, nello stesso modo si dimostrerà, essere la pressione, che dal fluido superiore sostiene all'inghiù la sezione orizzontale MM, eguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base la sezione orizzontale MM, e per altezza la distanza rr di questa sezione del piano orizzontale AD. Se il piano orizzontale ad passerà per il fluido, che si contiene ne' vasi AG, CS, cosicchè nascano le sezioni orizzontali ab , cd , si determinerà, come sopra, la quantità della pressione, che ciascuna sezione sostiene all'inghiù dal fluido sovrapposto. Finalmente se il fluido contenuto ne' vasi comunicanti fosse eterogeneo, posto, che il fluido specificamente più grave occupasse (fig. 9.) lo spazio APOOGB, sarebbe la quantità della pressione, che dal fluido superiore sostenerebbe all'inghiù la sezione orizzontale MM, eguale al peso di una colonna del fluido specificamente più grave, avente

te

te per base la sezione orizzontale MM , e per altezza la distanza zz di questa sezione dalla suprema superficie AB di detto fluido specificamente più grave, oppure, ch'è lo stesso, eguale al peso di una colonna del fluido specificamente più leggiero, avente per base la sezione MM , e per altezza la distanza rr di questa sezione dalla suprema superficie CD del fluido specificamente più leggiero. Quindi facilmente si ritroverà la quantità della pressione della stessa sezione MM , o si supponga il fluido specificamente più grave occupare lo spazio $APPdcSGB$, oppure si supponga un terzo fluido specificamente più grave degli altri due riempire il vase di mezzo $GPPS$.

62. COROLL. I. Se per il livello BC (fig. 2.) del fluido contenuto nel vase $ABCD$ si concepirà passare il piano orizzontale EF , condotte dal perimetro della sezione orizzontale ab le perpendicolari aa , bb al piano orizzontale EF , la misura della pressione, che dal fluido superiore

re

re sostiene all' ingiù la sezione ab , sarà il peso della colonna $abba$ del medesimo fluido.

63. COROLL. II. Le pressioni, che dal fluido superiore sostengono al ingiù le sezioni orizzontali ab , mn sono in ragione composta dalle sezioni ab , mn , e dalle loro distanze so , yo dal livello del fluido. Imperocchè la pressione della sezione ab sia alla pressione della sezione mn come il peso della colonna $aabb$ al peso della colonna $mmnn$, ossia per l' uguale densità, che hanno le parti del fluido, come il volume della colonna $aabb$ al volume della colonna $mmnn$, ossia finalmente come $ab \cdot so : mn \cdot yo$. Quindi, se le sezioni mn , ab si supporranno eguali, ossia se queste saranno sezioni de' vasi uniformi, le loro pressioni saranno in ragione delle loro distanze dalla suprema superficie BC del fluido stagnante.

64. SCOLIO. Tutto ciò, che abbiamo detto delle pressioni, che sostengono all' ingiù dal fluido superiore le sezioni ab , mn ,
 si.

si deve applicare 1. alle pressioni, che dal fluido superiore sostengono all'inghiù le loro parti: 11. alle pressioni, che dal fluido inferiore sostengono all'insù le sezioni orizzontali, e le loro parti, essendo anche la pressione, che dal fluido inferiore sostiene all'insù ciascuna particella della sezione *ab* eguale al peso della colonna fluida *so* (35).

T E O R E M A II.

La pressione, che sostiene all'inghiù dal fluido contenuto il fondo di un vase, qualunque esso siasi, ABCD, è uguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base il fondo AD, e per altezza la distanza del fondo AD dal livello BC del fluido, ossia l'altezza OG perpendicolare del vase ABCD.

D I M O S T R A Z I O N E.

65. **E**ssendo il fondo AD del dato vase ABCD orizzontale, siccome si suppone, ancora l'infima sezione del fluido contenuto, quella cioè, ch' esattamente

te

te cuopre il fondo AD , farà orizzontale, simile, ed eguale al fondo. Inoltre la pressione, che sostiene dal fluido superiore all'ingìù questa infima sezione orizzontale, è eguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base questa sezione, e per altezza la distanza di questa dal livello del fluido (60). La pressione adunque del fondo orizzontale AD , che sostiene quella dell'infima sezione del fluido contenuto, farà eguale al peso di questa colonna fluida, ossia eguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base il fondo AD , e per altezza la distanza del fondo AD dal livello BC del fluido, ossia l'altezza GO perpendicolare del vase $ABCD$. Ciocchè &c.

66. SCORIO. Nella stessa maniera dimostrerò, che la pressione, che sostiene all'ingìù dal fluido contenuto una data parte del fondo di un vase, qualunque esso siasi, è eguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base la data parte del fondo, e per altezza l'altezza del vase.

E

ESEM-

ESEMPIO . Sia dato un vase, qualunque esso
 sia , pieno di acqua : la di lui altezza si
 ponga $\equiv 6$, il diametro della base circolare
 $\equiv 4$ piedi . Essendo il diametro del fon-
 do di detto vase $\equiv 4$, sarà la circonferenza
 del fondo circolare $\equiv 12 + \frac{4}{7}$ per la ragio-
 ne della circonferenza al diametro di $22:7$.
 Questa circonferenza moltiplicata per la
 metà del raggio , cioè $(12 + \frac{4}{7}) \cdot 1$. darà
 la superficie interna circolare del fondo , e
 sarà $\equiv 12 + \frac{4}{7}$ piedi quadrati . Si moltipli-
 chi questo numero nell' altezza del dato va-
 se , il volume di acqua , che col suo peso di-
 noterà la quantità della pressione del fondo ,
 sarà $\equiv 75 + \frac{3}{7}$ piedi cubici di acqua . Ora
 per sapere il peso di questo volume di ac-
 qua , si cerchi il peso di un piede cubico di
 acqua , e sarà $\equiv 70$ libbre parigine . Il pe-
 so adunque di tutto questo volume sarà $\equiv$
 $(75 + \frac{3}{7}) \cdot 70 \equiv 5280$ libb. Sarà dunque la
 pressione , che sostiene all' ingiù il fondo
 del dato vase $\equiv 5280$ libb. parig. Nella stes-
 sa maniera si ritroverà ancora la misura del-
 la pressione , che sostiene una data parte del
 fondo di un dato vase .

67. COROLL. I. Se il vasc, che contiene il fluido, sarà uniforme, la pressione del fondo sarà eguale al peso del fluido contenuto: se sarà difforme, sarà eguale al peso del medesimo fluido, che si comprenderebbe in un vasc uniforme della medesima base, ed altezza del vasc difforme. Quindi, essendo il peso proporzionale alla quantità della materia, la pressione, che sostiene all'inghiù il fondo di un vasc sarà ora eguale, ora maggiore, ora minore della quantità del fluido contenuto. Ne' vasi uniformi, come BADC (fig. 1.) la pressione del fondo è sempre eguale alla quantità del fluido contenuto, ne' vasi convergenti ABCD, ACF (fig. 2., 21.) è sempre maggiore, e minore finalmente ne' vasi divergenti ECDF, ECDF (fig. 22., 23.).

68. COROLL. II. Essendo la pressione del fluido contenuto nel vasc FMABNE (fig. 10) contro il fondo FE eguale al peso della colonna fluida compresa sotto il fondo FE, e sotto l'altezza OG del vasc, ed essendo la pressione, ch' esercita il fluido contenuto

E 2

nel

nel vase convergente FMNE contro il medesimo fondo FE, eguale al peso della colonna fluida compresa sotto il fondo FE, e sotto l'altezza GC, farà ancora la pressione, ch' esercita il fluido contenuto nel tubo MABN contro il medesimo fondo FE, eguale al peso della colonna fluida compresa sotto il fondo FE, e sotto l'altezza Co del fluido contenuto nel tubo MABN. Quindi, data una piccola quantità di acqua, si potrà produrre una pressione, comunque grande, contro il fondo. Imperocchè, l'ampiezza del fondo FE del vase convergente FMNE si supponga grande, e grande ancora la lunghezza del tubo MABN applicato all'apertura del vase: se questo tubo sarà molto stretto, la poca quantità di fluido, che riempie questo tubo, non produrrà egli forse contro il fondo FE una grande pressione?

69. COKOLL. III. Se si avranno da determinare i rapporti, che passano tra le pressioni, che soffrono i fondi di due vasi, chiamate le loro pressioni P, p , le basi B, b , le altezze A, a ; le gravità specifiche de' fluidi

di contenuti S, s , la formola esprimente i rapporti delle loro pressioni sarà $P : p = ABS : ab s$. Imperciocchè qualunque sieno i vasi, le pressioni de' fondi sono sempre come i pesi, ossia le gravità assolute delle colonne fluide, che hanno le loro basi, ed altezze eguali a quelle de' vasi. Le gravità assolute poi di queste colonne sono in ragione composta delle gravità specifiche, e de' volumi (17), ossia in ragione composta delle basi, e delle altezze de' vasi, e della gravità specifiche de' fluidi contenuti, essendo i volumi delle colonne fluide in ragione composta delle loro basi, ed altezze, ossia delle basi, ed altezze de' vasi. Onde se $S = s$, sarà $P : p = AB : ab$, cioè le pressioni, che sostengono i fondi di due vasi pieni del medesimo fluido sono in ragione composta de' fondi, e delle altezze de' vasi.

70. SCOLIO. Da quel, che abbiamo detto, chiaramente si vede, che ne' fluidi due cose devonfi tra di loro distinguere, la pressione cioè, ed il peso. Il peso tanto ne'

corpi fluidi, quanto ne' solidi è sempre in ragione composta della densità, e del volume: la pressione poi è in ragione composta della densità del fluido premente, della base premuta, e dell' altezza. Si fa l' esperienza della pressione del fluido, prendendo un vase (fig. 2.), qualunque esso sia, il quale abbia il suo fondo *AD* mobile. Attaccato il fondo *AD* mobile del vase *ABCD* col mezzo della catena *Go* ad un braccio della bilancia, si trova, dopo avere diffalcato, quanto si deve al peso del fondo, e della catena, si trova, dico, che la pressione del fondo *AD* è uguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base il fondo *AD*, e per altezza la distanza del fondo dal livello del fluido contenuto, come appunto abbiamo dimostrato. Si fa poi l' esperienza del peso del fluido, prendendo un vase a piacere, il quale abbia il suo fondo immobilmente congiunto ai lati, e facendo l' operazione di prima. In questo caso non avendo riguardo ne al peso del vase, ne

a quello della catena, il vase viene, siccome c' insegna l' esperienza, spinto all' ingiù con forza eguale al peso assoluto del fluido contenuto, qualunque sia il vase. Spiegheremo a suo luogo la ragione di questo fenomeno, quando cioè tratteremo della pressione verticale de' lati de' vasi convergenti, e divergenti.

T E O R E M A III.

Si supponga il coperchio, che chiude esattamente il vase EDRF (fig. 11.), orizzontale, e, fatto in questo il foro MN, vi si applichi il tubo MABN: dico, che la pressione, che dal fluido contenuto sostiene dall' ingiù all' insù l' interna superficie del coperchio DR, è eguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base l' interna superficie del coperchio, e per altezza la distanza di questa interna superficie dal livello del fluido contenuto nel tubo MABN.

DIMOSTRAZIONE.

71. **S**I conduca il piano orizzontale sm : farà la pressione, che dal fluido inferiore $sEFm$ sostiene all' insù la fezione orizzontale sm , eguale al peso della colonna fluida $sdrm$, che dal piano della suprema superficie AB del fluido contenuto nel tubo $ABNM$, sù di essa perpendicolarmente insiste (64). Onde, levato il peso del fluido $sDMABNRm$, farà la pressione, che dal fluido sostiene all' insù l' interna superficie del vase $DEFR$, eguale al peso del resto della colonna fluida $sdrm$, vale a dire eguale al peso di una colonna del medesimo fluido, avente per base l' interna superficie del coperchio, e per altezza la distanza di questa superficie dal livello del fluido contenuto nel tubo $MABN$. Ciocchè &c.

72. COROLL. I. La pressione adunque, che dal fluido sostiene all' insù il coperchio di un vase, crescerà in 1. luogo crescendo l' ampiezza del coperchio: in 2. crescendo l' altezza del fluido racchiuso dentro il tubo:

bo: in 3. finalmente impicciolendosi il foro del coperchio, in cui stà applicato il tubo.

73. COROLL. II. Se il vase EDFR (fig. 12.) avrà i suoi lati di cuojo pieghevole, cosicchè il coperchio DR, che stà unito ai lati, possa moverli o all' ingiù, o all' insù, ossia se il vase EDFR rappresenterà il *folle idrostatico*, posto sopra il coperchio DR un peso comunque grande, potrà questo essere sollevato ancora da poca quantità di acqua. Imperocchè si supponga il tubo A, che stà applicato al foro del coperchio molto stretto, e lungo: riempito questo di acqua, l'interna superficie del coperchio DR farà all' insù spinta dall' acqua con forza eguale al peso di una colonna di acqua, avente per base l' interna superficie del coperchio, e per altezza la distanza di questa dal livello del fluido contenuto nel tubo. Quindi se il peso del coperchio, e del solido soprapposto sarà minore del peso di questa colonna di acqua, dovrà il coperchio insieme col solido sollevarsi. Nella stessa maniera spie-

ghe.

gherassi ancora l'uso del sifone anatomico SPAGCB (fig. 13.) del Sig. Volfio.

74. SCORIO. Il Sig. Volfio legò fermamente una membrana all'orlo di un vase GABC, che col mezzo di un tubo orizzontale PA comunicava con un altro tubo verticale SP: riempito questo di acqua, osservò egli, che dalla pressione dell'acqua si dilatava la membrana in maggior volume, acquistando essa una figura emisferica, e le sue parti ancora minime dalle particelle dell'acqua, che vi entravano per gli pori, si rendevano così grosse, che si potevano con chiarezza vedere, e, fatta una superficiale incisione, anche coi soli diti con esattezza anatomica separare.





LIBRO II.

DELLA PRESSIONE DE' FLUIDI

CONTRO

L' INTERNA SUPERFICIE DE' VASI.



C A P O I.

*Della natura , e della misura della
pressione de' fluidi contro l' interna
superficie de' vasi ,*

75.



E parti, che compongono l'
interna superficie de' vasi,
sono il fondo, i lati, ed al-
cune volte il coperchio. Se
il fondo de' vasi uniformi, dal di cui mo-
to continuo, e parallelo si suppongono
generati, è una figura piana terminata da
linee

linee rette, i loro lati sono superficie rettangolari, come sono quelli de'vasi prismatici: s'è una figura piana, terminata da una sola linea curva, i loro lati si possono considerare come linee rette. Di questa natura sono i lati de'vasi cilindrici. I vasi difformi possono avere per lati o linee rette, come i vasi conici, o superficie triangolari, come i vasi piramidali, o finalmente linee curve, come i vasi sferici parabolici, &c.

76. SCOLIO. Qui si tratta particolarmente della pressione de' lati, avendo l'ordine richiesto, che parlassimo della pressione del fondo, e del coperchio nel capo precedente. Nel resto la dottrina, che qui si stabilisce, è generale, e si applica ai fondi, ed ai coperchi de'vasi, qualunque sia la loro figura, inclinazione, &c.

TEOREMA I.

Siavi un vase qualunque ABCD (fig.2.) pieno di un fluido omogeneo, e stagnante: dico

I. Che

- I. *Che tutti i punti dell' interna superficie del vase vengono dal fluido contenuto premuti al di fuori .*
- II. *Che la pressione , che sostiene un dato punto m della interna superficie , è eguale al peso della colonna fluida mm , che dal piano EF del livello del fluido contenuto insiste perpendicolarmente sulla particella del fluido , che cuopre esattamente il dato punto m .*
- III. *Che finalmente l' interna superficie de' lati del vase ABCD viene dal fluido premuta al di fuori in ciascun punto perpendicolarmente .*

DIMOSTRAZIONE.

77. I. **L**A particella del fluido , che cuopre esattamente il punto m del vase ABCD , esercita verso ogni parte la pressione , che riceve dalla gravità del fluido superiore , e per conseguenza ancora verso il punto m . Per la medesima ragione le altre particelle del fluido contenuto , che cuoprono esattamente gli altri punti dell' interna superficie del vase ABCD ,
 eser-

esercitano ancora la loro pressione verso questi punti. Onde tutti i punti dell' interna superficie del vase vengono dal fluido contenuto al di fuori premuti.

II. La pressione, che la particella del fluido, ch' esattamente cuopre il punto m , esercita verso ogni parte, e per conseguenza ancora verso il punto m , è eguale (36) al peso della colonna fluida mm , che dal piano EF del livello del fluido contenuto insiste perpendicolarmente sulla particella, che cuopre esattamente il punto m . Il punto adunque m dell' interna superficie del vase $ABCD$ viene dal fluido al di fuori premuto con forza eguale al peso di detta colonna mm . La medesima dimostrazione ha luogo ancora negli altri punti dell' interna superficie del vase $ABCD$.

III. Se la superficie interna del vase $ABCD$ fosse nel punto m , per esempio, premuta obliquamente dal fluido, la pressione, che patirebbe il detto punto m , sarebbe minore del peso della colonna fluida mm . Rap-
pre-

presenti mf la forza, con cui la detta particella preme il punto m , e sia questa obliqua al punto m . Ella è cosa manifesta, che, calata dal punto f della retta fm la perpendicolare fg al lato AB , e compito il parallelogrammo $fgmb$, la forza fm sarà decomposta nelle due fg , gm . Di queste due forze la sola fg serve a premere al di fuori il punto m , non avendo l'altra per essere parallela al lato AB alcuna efficacia alla pressione del punto m . Sarebbe dunque la pressione del punto m eguale ad fg ; e perciò minore di fm , e conseguentemente minore del peso della colonna fluida mm ; il che ripugna alla seconda parte di questo Teorema. Ciochè &c.

78. SCOLIO. Devesi applicare la dottrina di questo Teorema anche alle pressioni, che dal fluido, in cui giacciono immerse, sostengono l'esterne superficie de' solidi. Quindi si può generalmente stabilire, che qualunque sia la superficie dal fluido premuta, vien questa in ciascun punto premuta perpendicolarmente con forza eguale

al

al peso della colonna fluida, che dal livello del fluido perpendicolarmente insiste su di ciascun punto. Questa pressione, che sostengono dal fluido le superficie premute, per distinguerla dalle pressioni orizzontali, e verticali, nelle quali, come dimostreremo nel capo, che siegue, si risolve, si può chiamare *pressione perpendicolare*.

79. COROLL. Le pressioni, che sostengono (fig. 2.) i punti a , m &c. del vase ABCD, sono proporzionali alle loro distanze aa , mm &c. dal piano EF del livello del fluido contenuto, essendo i pesi delle colonne fluide aa , mm &c. proporzionali alle loro altezze aa , mm &c., ossia alle distanze de' punti a , m &c. dal piano EF del livello del fluido. Non tutti i punti adunque dell' interna superficie del vase ABCD sono egualmente premuti dal fluido contenuto. La massima pressione sarà nei punti più distanti dal livello del fluido, la minima ne' punti più vicini, negl' altri punti di mezzo sarà maggiore,

giore, o minore secondo la loro maggiore, o minore distanza dal livello del fluido.

T E O R E M A II.

La pressione perpendicolare, che sostiene dal fluido la parte infinitesima bc (fig. 19.) della sezione BEC di un vase, è uguale al prodotto della parte bc nel peso della colonna fluida bb , che dal livello BC del fluido insiste perpendicolarmente sulla particella, che cuopr' esattamente il punto b .

D I M O S T R A Z I O N E.

80. **L**A pressione, che dal fluido sostiene il punto b della parte infinitesima bc , è uguale al peso della colonna fluida bb : quella, che sostiene il punto c , è uguale al peso della colonna cc dello stesso fluido (77). Ora queste due colonne bb , cc si possono considerare sensibilmente eguali, supponendosi i punti b , c infinitamente vicini fra di loro; e perciò farà la pressione del punto c eguale al peso della

F

co-

colonna bb . Per la medesima ragione anche le pressioni, che sostengono i punti di mezzo della parte infinitesima bc , faranno eguali al peso della colonna bb . Onde farà la pressione, che dal fluido sostengono tutti i punti dell'infinitesima bc , eguale al prodotto di questi nel peso della colonna bb , ossia farà la pressione, che sostiene l'infinitesima bc , eguale al prodotto della parte infinitesima bc nel peso della colonna bb . La stessa dimostrazione ha luogo ancora nell'ipotesi, che la parte bc sia una superficie infinitesima. Ciocchè &c.

81. COROLL. I. Si prende ancora la parte cd infinitesima; e dal punto c si conduca al livello BC del fluido la perpendicolare cc : farà la pressione di questa parte eguale al prodotto di cd nel peso della colonna cc (80). Onde farà la pressione della parte bc a quella della parte cd come il prodotto di bc nel peso della colonna bb al prodotto di cd nel peso della colonna cc , ossia, essendo le colonne fluide bb , cc della

della stessa densità, come il prodotto di bc nell'altezza bb al prodotto di cd nell'altezza cc . Quindi la pressione perpendicolare, che dal fluido sostiene una parte infinitesima dell' interna superficie del vase, che lo contiene, si può rappresentare dal prodotto della parte infinitesima nella sua distanza dal piano del livello del fluido.

82. COROLL. II. Quindi s' intende, in qual modo si possa col mezzo del calcolo infinitesimale ritrovare la quantità della pressione perpendicolare di qualunque superficie. Imperocchè se si cercherà primamente l' elemento della superficie del vase, che contiene il fluido, e se si moltiplicherà quest' elemento nella sua distanza dal livello del fluido, si avrà l' elemento della pressione del fluido contro l' interna superficie del vase, il qual' elemento, venendo integrato, darà la misura della pressione del fluido contro l' interna superficie del vase.

83. SCOLIO. Da questa regola ne siegue, I. che non si può esattamente ritrovare la

pressione delle interne superficie de' vasi ; se non in quelle , che sono esattamente quadrabili : II. che quelle superficie sono esattamente quadrabili , la pressione delle quali può essere esattamente ritrovata . Questa regola è stata già da noi con varj esempj illustrata nella memoria , che abbiám data alla luce con questo titolo : *Memoria idrostatica sulla pressione de' fluidi contro i lati de' vasi convergenti , e divergenti &c.* Roma . Dalle stampe del Casaletti . Da questa ne caviamo alcuni esempj per mostrar l'uso della suddetta regola . Chi non sapesse i primi principj del calcolo infinitesimale può lasciare i problemi , che sieguono , e passare immediatamente al lemma , e giunto alla fine del capo dare un' occhiata ai corollarj .



P R O B L E M A I.

Ritrovare la misura della pressione de' lati di qualunque vase uniforme.

S O L U Z I O N E.

84. **S**iavi il vase cilindrico $ABDC$, (fig. I.) la di cui altezza AB si ponga $= a$, la parte aA di $AB = x$, la periferia della base $= p$; e, presa la parte infinitesima ab di AB , si conducano i piani orizzontali aa, bb . Sarà la superficie di questo cilindro infinitamente piccolo $aabb = p dx$, e la pressione di questa superficie $= p x dx$, e la somma finalmente delle pressioni del cilindro indeterminato $aAaC = \int p x dx = \frac{1}{2} p x^2$; e facendo $aA = AB$, cioè $x = a$, farà la pressione de' lati del cilindro $ABCD = \frac{1}{2} p a^2 = p \cdot AB \cdot \frac{1}{2} AB$, eguale cioè al prodotto dell' interna superficie de' lati del vase cilindrico nella metà della sua altezza. La stessa dimostrazione vale in qualunque vase uniforme, essendo in qualunque vase uniforme, chiamato p il perimetro del-

la base, la superficie del prisma infinitesimo $aabb = p dx$. Ciocchè &c.

85. COROLL. I. Essendo la pressione dell' interna superficie di tutti i lati di un vase uniforme eguale al prodotto di questa nella metà dell' altezza del vase, farà ancora la pressione di ciascun lato eguale al prodotto della superficie del lato nella metà dell' altezza del vase. Quindi, essendo in un vase cubico la pressione del fondo eguale al prodotto del fondo nell' altezza del vase, farà, chiamata la superficie interna del fondo s , l' altezza del vase a , la pressione del fondo $= sa$, e per l' eguaglianza, che passa tra l' interna superficie del fondo, e quella di ciascun lato, farà la pressione di ciascun lato $= \frac{1}{2} sa$. Onde, posta la pressione del fondo $= P$, quella di ciascun lato $= p$, si avranno le proporzioni, che sieguono.

I. Si avrà $P : p = sa : \frac{1}{2} sa = 2 : 1$, cioè la pressione del fondo è due volte maggiore di quella di ciascun lato.

II. Si avrà $P : p + p + p + p = sa : \frac{1}{2} sa + \frac{1}{2} sa + \frac{1}{2} sa + \frac{1}{2} sa = \frac{2sa}{2} : \frac{4sa}{2} = 1 : 2$,
vale

vale a dire la pressione di tutti i lati è due volte maggiore di quella del fondo .

III. Si avrà $P : P + p + p + p + p = sa : sa + \frac{1}{4}sa + \frac{1}{2}sa + \frac{1}{2}sa + \frac{1}{4}sa = 1 : 3$, cioè la pressione de' lati, e del fondo presa assieme, ossia la pressione di tutta l'interna superficie di un vase cubico è tre volte maggiore di quella del fondo . Lo stesso deve si dire ancora della pressione dell' interna superficie de' lati di un vase cilindrico dell' altezza eguale al diametro della sua base rapporto alla pressione del fondo . Imperocchè, chiamata la superficie del cilindro s , quella della base sarà, come dimostrasi negli elementi di Geometria, $= \frac{1}{2}s$. Sarà dunque la pressione dell' interna superficie di tutti i lati a quella del fondo $= \frac{1}{2}sa : \frac{1}{4}sa = 2 : 1$; e la pressione di tutti i lati, e del fondo presa assieme, ossia di tutta la interna superficie del vase a quella del solo fondo $= \frac{1}{2}sa + \frac{1}{4}sa : \frac{1}{4}sa = 3 : 1$.

86. SCOLIO . Nella stessa maniera si può ancora ritrovare la pressione di ciascun lato

di un vase uniforme . Sia AB un lato di un vase cilindrico , e si chiami a , la parte aA di ABx , e , prendendo ab infinitesima , si dica dx . La pressione della parte infinitesima ab sarà $= x dx$; e perciò quella di $aA = \int x dx = \frac{1}{2} x^2$, e , facendo $aA = BA$, cioè $x = a$, farà la pressione di tutto il lato $AB = \frac{1}{2} a^2 = AB \cdot \frac{1}{2} AB$. Sia ora il rettangolo $ABCD$ lato di un vase prismatico , e si conducano le linee aa , bb infinitamente vicine tra di loro , e parallele ad AC : poste le medesime cose di sopra , e posta la larghezza AC del rettangolo $ABCD = b$, farà per l'eguaglianza di AC , e di aa la pressione dell'infinitesimo rettangolo $aabb = b x dx$, e la somma delle pressioni dell' indeterminato rettangolo $aAaC = \int b x dx = \frac{1}{2} b x^2$, e conseguentemente , fatto $x = a$, farà la pressione di tutto il lato $ABCD = \frac{1}{2} ba^2 = ba \cdot \frac{1}{2} a = ABCD \cdot \frac{1}{2} AB$.

87. COROLL. II. Avendo riguardo al peso del fluido contenuto nel vase uniforme farà la pressione di ciascun lato eguale

guale al peso di una colonna del medesimo fluido , avente la sua base eguale al lato premuto , e l' altezza eguale alla metà di quella del vase ; e la pressione di tutti i lati sarà eguale al peso di una colonna del medesimo fluido , la quale abbia la sua base eguale all' interna superficie de' lati , e l' altezza eguale alla metà di quella del vase . Quindi, essendo in un vase cubico il peso della colonna fluida, che esprime la pressione di ciascun lato , eguale alla metà del peso della colonna del medesimo fluido , che dinota la pressione del fondo , si avrà la quantità della pressione di ciascun lato , se si prenderà la metà del peso , che ha il fluido contenuto , e quella di tutti i lati se si prenderà il doppio del peso del fluido contenuto . Per la stessa ragione in un vase cilindrico dell' altezza eguale al diametro della sua base si otterrà la pressione di tutti i lati , prendendo il doppio del peso del fluido contenuto . Finalmente in questi due vasi si avrà la misura della pressione

sione di tutta la loro interna superficie, pigliandone il triplo del peso, che ha il fluido contenuto.

88. COROLL. III. Essendo il centro di gravità dell' interna superficie de' lati in qualunque vase uniforme nel mezzo dell' asse; e perciò la sua distanza dal livello del fluido contenuto essendo eguale alla metà dell' altezza del vase, farà ancora la pressione dell' interna superficie de' lati di qualunque vase uniforme eguale al prodotto dell' interna superficie de' lati nella distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido. Lo stesso deve si dire ancora della pressione di ciascun lato, trovandosi in ciascun lato la distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido eguale alla metà dell' altezza di detto lato.



PRO.

PROBLEMA II.

Ritrovare la misura della pressione de' lati di qualunque vase conico.

SOLUZIONE.

89. **L'** altezza AC (fig. 15.) del triangolo BAD si ponga $= a$, la base $BD = b$, la parte As di $AC = x$, la semiordinata $as = y$; e si conduca l'ordinata bb infinitamente vicina all'ordinata aa , e dal punto a della semiordinata as si cali la perpendicolare ar . Egli è chiaro, che, mentre il triangolo rettangolo BCA avvolgerassi intorno all'asse AC , il lato AB genererà la superficie conica del cono BAD , e l'elemento ba del lato BA produrrà l'elemento della superficie conica, e questo si troverà, posta la ragione della periferia al raggio di $p : r$, $= \frac{pbx dx \sqrt{a^2 + b^2}}{a^2 r}$.

Quindi la pressione di questo elemento sarà $= \frac{pbx^2 dx \sqrt{a^2 + b^2}}{a^2 r}$; e perciò la

som.

somma delle pressioni della superficie conica indeterminata $a A a$ farà

$$= \frac{\int p b x^2 dx \sqrt{a^2 + b^2}}{a^2 r} = \frac{p b x^3 \sqrt{a^2 + b^2}}{3 a^2 r}.$$

Onde, fatto $A s = A C$, ossia $x = a$, farà la pressione del vase conico $B A D = \frac{p b a^3 \sqrt{a^2 + b^2}}{3 a^2 r}$, ed essendo $AB =$

$$\sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ farà ancora,}$$

posto il lato $AB = c$, $= \frac{p b a^3}{3 a^2 r} \cdot c = \frac{p b \cdot ac}{r \cdot 3}$.

Finalmente, essendo $\frac{p b}{r}$ il valore della

circonferenza della base BD del vase conico $B A D$, chiamato questo valore colla semplice lettera p , la pressione dell' interna superficie de' lati del vase conico $B A D$ farà $= \frac{1}{3} a c p = \frac{1}{3} c p \cdot \frac{2}{3} a$, eguale cioè al prodotto dell' interna superficie de' lati in due terze parti dell' altezza CA del vase $B A D$, essendo l' interna superficie de' lati $= \frac{1}{3} p c$, siccome si dimostra negli elementi di Geometria. Ciocchè &c.

90. SCOLIO. Nello stesso modo si ritroverà

verà ancora , essere la pressione della interna superficie de' lati di un vafe piramidale eguale al prodotto dell' interna superficie de' lati in $\frac{2}{3}$ dell' altezza del vafe.

91. COROLL. La pressione , che sostiene dal fluido contenuto l' interna superficie de' lati di un vafe conico , o piramidale , è eguale al prodotto di detta superficie nella distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido , essendo la distanza del centro di gravità di detta superficie dall' apice $A = \frac{2}{3} AC$. .

P R O B L E M A I I I .

Ritrovare la misura della pressione de' lati di qualunque vafe emisferico .

S O L U Z I O N E .

92. **S**I ponga il raggio (fig. 16.) dell' emisferio $BAC = a$, l' ascissa $Aa = x$, la femiordinata $Qa = y$. Egli è chiaro , che , posta la ragione del raggio alla circonferenza di $r : p$, sarà l' elemento della superficie emisferica BAC , che viene generata

nerato, mentre l'arco infinitesimo Qq insieme col quadrante BQA si rivolge intorno al raggio AD , farà, dico, $= \frac{ap dx}{r}$.

Si moltiplichino ora $\frac{ap dx}{r}$ in x , distanza di

questo elemento dal livello del fluido, il prodotto, che nascerà, cioè $\frac{ap x dx}{r}$, farà l'

elemento della somma delle pressioni, che riceve il segmento indeterminato QAM dal fluido contenuto: e quindi la somma $= \frac{ap x dx}{r} = \frac{ap x^2}{2r}$, e, fatto $Aa = AD$,

ossia $x = a$, farà finalmente la somma della pressione di $BAC = \frac{a^3 p}{2r} = \frac{a^2 p}{r} \cdot \frac{1}{2}a$,

eguale cioè al prodotto della sua interna superficie de' lati nella metà del raggio, essendo la superficie di un emisfero eguale al prodotto della circonferenza della sua base nel raggio, ossia posta la ragione della circonferenza al raggio di $p : r$, $= \frac{a^2 p}{r}$.
Ciocchè &c.

93. COROLL. I. La pressione, che dal fluido contenuto sostiene l'interna superficie del vase sferico BACE, è eguale al prodotto della sua interna superficie nel raggio. Imperocchè, essendo la pressione del segmento indeterminato QAM del vase sferico BACE $= \frac{apx^2}{2r}$, se si supporrà

$aA = AE$, ossia $x = 2a$, fatta la sostituzione, sarà la pressione dell'interna superficie di BACE $= \frac{4a^3p}{2r} = \frac{2a^3p}{r} \cdot a$. Ma

l'interna superficie del vase sferico BACE $= \frac{2a^2p}{r}$; essendo la superficie di una sfe-

ra eguale al prodotto della periferia di uno de' suoi cerchi massimi nel diametro, cioè $= \frac{ap}{r} \cdot 2a$. Dunque la pressione del vase

sferico BACE, che, come s'è dimostrato, $= \frac{2a^3p}{r} \cdot a$, sarà eguale al prodotto

della sua interna superficie nel raggio.

94. COROLL. II. In un vase o emisferico,

rico, o sferico la pressione dell'interna superficie de' lati è eguale al prodotto di detta superficie nella distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido contenuto, ritrovandosi in un vase emisferico il centro di gravità della superficie nel punto di mezzo del suo asse, in un vase sferico nel centro della sfera, ossia nella metà dell'asse della sfera.

PROBLEMA IV.

Ritrovare la misura della pressione dell'interna superficie de' lati del vase conoidale QAM generato dal rivolgimento di una parabola (fig. 17.) intorno all'asse AD.

SOLUZIONE.

95. **I**L parametro della parabola si ponga $= a$, l'ascissa $AA = x$, l'ordinata $Qa = y$, e si conduca l'ordinata qr infinitamente vicina all'ordinata Qa : si troverà l'elemento della superficie di QAM prodotto dalla ruotazione dell'arco infinitesimo

tesimo Qq , posta la ragione della periferia al raggio di $p:r$, si ritroverà, dico, =

$$\frac{pa^{\frac{1}{2}} dx \sqrt{4x+a}}{2r}. \text{ Moltiplicatq questo ele-}$$

mento nella sua distanza a A dal vertice A, cioè in x darà l' elemento della somma delle pressioni dell' interna superficie del

$$\text{vase QAM, e farà questo} = \frac{pa^{\frac{1}{2}} x dx \sqrt{4x+a}}{2r}.$$

Finalmente la quantità della pressione di

$$\text{QAM farà} = \frac{\int pa^{\frac{1}{2}} x dx \sqrt{4x+a}}{2r} =$$

$$(24pa^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} \sqrt{4x+a} + 2pa^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} \sqrt{4x+a} - pa^{\frac{1}{2}} \sqrt{4x+a} + pa^{\frac{3}{2}} 120r:). \text{ Ciocchè \&c.}$$

96. COROLL. In un vase conoidale parabolico la pressione dell' interna superficie de' lati è eguale al prodotto dell' interna superficie de' lati nella distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido, essendo l' interna superficie de' lati di detto vase

$$G = (4$$

$= (4pa^{\frac{1}{2}} x \sqrt{4x+a} + pa^{\frac{1}{2}} \sqrt{4x+a} - pa^2) : 12r$, la distanza del suo centro di gravità dal vertice del vase, ossia dal livello del fluido $= \frac{6x-a+(3pa^2x)}{10}$;

$(20pa^{\frac{1}{2}} x \sqrt{4x+a} + 5pa^{\frac{1}{2}} \sqrt{4x+a} - 5pa^2)$, il prodotto finalmente di questi ultimi due

valori $= (24pa^{\frac{1}{2}} x^2 \sqrt{4x+a} + 2pa^{\frac{1}{2}} x \sqrt{4x+a} - pa^{\frac{3}{2}} \sqrt{4x+a} + pa^3) : 120r$, eguale cioè alla pressione dell'interna superficie del vase parabolico QAM.

97. SCOLIO. Nella stessa maniera, con cui abbiain ritrovata la misura della pressione perpendicolare, che dal fluido contenuto sostengono le interne superficie de' vasi uniformi, conici, piramidali, emisferici, sferici, e parabolici, potrássi ancora ritrovare la misura di quella, che sostiene dal fluido qualunque altro vase, o qualunque altra superficie. Se di più si ricercherà il centro di gravità della superficie pre-

mu-

muta, si ritroverà sempre la pressione eguale al prodotto di detta superficie nella distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido premente. Si vegga la nostra memoria sulla pressione de' fluidi contro i lati de' vasi convergenti, e divergenti. Quindi si può dedurre un'altra regola generale per avere la misura della pressione di una data superficie. Questa si è: *si ritrovi il centro di gravità della superficie premeuta dal fluido: si moltiplichi questa nella distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido premente: il prodotto darà la misura della pressione, che soffre dal fluido la superficie premeuta*. Anche col mezzo di questa regola non mai si avrà la misura esatta delle pressioni delle superficie premeute, se non nel caso, in cui sieno perfettamente quadrabili, e quando si avrà l'esatta misura, segno sarà, che la superficie premeuta è perfettamente quadrabile. Per vieppiù confermare questa seconda regola non sarà superfluo il dimostrarla generalmente, e a questo fine premettiamo il seguente.

G 2

LEM-

L E M M A .

Siavi un numero qualunque de' corpi eguali, o disuguali, posti nella medesima parte (fig. 18.) del piano orizzontale CD: dico, che la somma de' prodotti delle masse di ciascun corpo nelle rispettive distanze dal piano orizzontale CD sarà eguale al prodotto della somma delle masse di ciascun corpo nella distanza del loro comun centro di gravità dal medesimo piano orizzontale CD.

D I M O S T R A Z I O N E .

98. **S**I congiungano i centri di gravità dei corpi A, e B colla retta AB, e si supponga questa parallela al piano orizzontale CD. Si cerchi poscia il comun centro di gravità de' corpi A, e B, e sia nel punto G della retta AB, e dai centri di gravità de' corpi A, B, e dal loro comun centro G si calino le perpendicolari AD, BC, Gr al piano orizzontale CD. Il prodotto della massa del corpo A nella sua distanza AD dal piano orizzontale sarà = A . AD,

AD, quello della massa del corpo B nella sua distanza dal medesimo $= B \cdot BC$, la somma di questi due prodotti $= A \cdot AC + B \cdot BC$, ossia per l'eguaglianza delle due rette AD, $BC = \overline{A+B}$. AD, ossia, sostituendo l'egual retta Gr, $= \overline{A+B} \cdot Gr$.

Se la linea ab , che congiunge i centri di gravità de' corpi a, b , non sarà parallela al piano orizzontale CD, dai centri di gravità de' corpi a, b , e dal loro comun centro di gravità G si calino le perpendicolari aD, bC, Gr al piano orizzontale CD, e si conduca per il centro G la linea AB parallela al piano orizzontale CD: fatti i prodotti delle masse de' corpi a, b nelle loro rispettive distanze dal piano CD, e della somma delle masse di detti corpi nella distanza del comun centro di gravità dal medesimo piano, si troverà ancora $a \cdot aD + b \cdot bC = \overline{a+b} \cdot Gr$. Imperocchè, prolungata Cb in B, sarà per la somiglianza de' due triangoli BGb, AGa $bB : Aa = bG : aG$, ossia, essendo G il comun centro di gravità de' corpi a, b , $= a : b$; e

G 3

per-

perciò $b \cdot bB = a \cdot Aa$. Quindi, essendo
 $a \cdot aD = a \cdot aA + a \cdot AD = a \cdot AD + b \cdot$
 Bb , farà ancora $a \cdot aD + b \cdot bC = a \cdot AD$
 $+ b \cdot bB + b \cdot bC = a \cdot AD + b \cdot \overline{bB + bC}$
 $= a \cdot AD + b \cdot BC = a + \overline{b} \cdot Gr$.

Ciocchè abbiamo detto dei due corpi A, B, oppure a, b , si deve applicare a qualunque numero de' corpi A, B, C, D &c. posti nella medesima parte del piano orizzontale CD. Imperciocchè, ritrovato il centro comune di gravità de' corpi A, B, la somma de' loro prodotti sarà eguale al prodotto, che avrebbe il corpo K, se avesse la sua massa eguale alla somma delle masse de' corpi A, B, e venisse costituito nel loro comun cenrrro di gravità. Si faccia lo stesso raziocinio col corpo K paragonato col corpo C, e si vedrà, che la somma de' prodotti de' corpi K, C farà eguale al prodotto del corpo S, avente la sua massa eguale alla somma delle masse K, C, ossia A, B, C, e collocato nel centro comune di K, C, ossia di A, B, C. Si continui il medesimo raziocinio, e s' intenderà,

derà, essere in qualunque numero dei corpi posti nella medesima parte del piano orizzontale CD la somma de' prodotti delle masse di ciascun corpo nelle rispettive distanze dal detto piano eguale al prodotto della somma delle masse di ciascun corpo nella distanza del loro comun centro di gravità dal medesimo piano orizzontale CD. Ciochè &c.

T E O R E M A III.

La pressione perpendicolare dell' interna superficie di qualunque vase è uguale al prodotto di questa nella distanza del suo centro di gravità dal livello del fluido contenuto.

D I M O S T R A Z I O N E.

99. **S**ia BEC (fig. 14.) una sezione del dato vase, la linea orizzontale BC rappresenti il livello del fluido, il centro di gravità della curva BEC si ponga nel punto G. Si concepisca poscia tutta la curva BEC decomposta nelle parti infinitesime

G 4

bc,

bc, cd, de &c., e dai punti b, c, d &c. si conducano le perpendicolari bb, cc, dd &c. al livello BC del fluido: faranno le pressioni di queste parti infinitesime eguali ai prodotti di bc in bb , di cd in cc , di de in dd &c. (81). Quindi la somma delle pressioni della curva BEC sarà eguale alla somma de' prodotti di tutte le parti infinitesime di BEC nelle loro rispettive distanze dal livello del fluido, ossia eguale al prodotto della curva BEC nella distanza GD del suo centro di gravità G dal livello del fluido (98), potendosi considerare le parti infinitesime bc, cd, de &c. come piccoli corpi posti nella medesima parte della linea orizzontale BC . La stessa dimostrazione vale, ancorchè si supponesse decomposta l'interna superficie del vase nelle sue parti infinitesime. Ciocchè &c.

100. SCOLIO. Se bene si esamina la dimostrazione del proposto Teorema, chiaramente si vede che il Teorema ha luogo in qualunque vase uniforme o difforme, intiero, o tronco, perpendicolare, o incli-

clinato all'orizzonte . Si vede di più , che ci dà la misura non solamente della pressione di tutta la superficie premuta , ma eziandio di una determinata parte di essa . Quindi , qualunque si supponga il fondo del vase , la sua pressione perpendicolare sempre farà come il prodotto dell' interna superficie del fondo nella distanza del centro di gravità di questa dal livello del fluido . Lo stesso deve si dire della pressione , che sostengono i coperchj de' vasi . Si deve finalmente applicare il medesimo Teorema alla pressione dell' esterne superficie de' corpi solidi immersi ne' fluidi omogenei , e stagnanti , venendo ciascun punto di queste dal fluido premuto con forza eguale al peso della colonna fluida , che dal livello del fluido insiste perpendicolarmente sulla particella , che cuopre il dato punto (78) . Sin qui non abbiamo avuto riguardo al peso del fluido premente . Generalmente si può stabilire , esser la pressione perpendicolare , che dal fluido sostiene una superficie qualunque , eguale al peso di una colonna del medesimo

fimo fluido avente la base eguale alla superficie premuta, e l'altezza eguale alla distanza del di lei centro di gravità dal livello del fluido.

ESEMPIO. Siavi il vase (fig. 22.) conico EAF divergente pieno di acqua, l'altezza AB del vase si ponga $= 8$ piedi, il raggio EB della base superiore circolare $= 6$. Per ritrovare la quantità della pressione perpendicolare, che dall'acqua contenuta ne sostiene, si cerchi in 1.^o luogo la quantità della sua interna superficie, e farà $= \frac{1330}{7}$ piedi quadr., essendo il lato EA $= 10$, la semicirconferenza della base superiore $= \frac{132}{7}$ piedi, il prodotto finalmente del lato EA nella semicirconferenza $= \frac{1330}{7}$ pied. quadr. Si cerchi in 2.^o luogo il centro di gravità dell'interna superficie di questo vase, e si troverà nel punto O dell'asse AB, distante dalla base EF $\frac{1}{3}$ di AB. Onde il volume dell'acqua, ch'esprimerà la pressione dell'interna superficie del vase EAF, farà $= \frac{1330}{7} \cdot \frac{1}{3} 8 = 502 + \frac{6}{7}$ piedi cubici. Si cerchi finalmente il peso di questo vo-

lu-

lume di acqua, e farà $= (502 + \frac{6}{7}) \cdot 70 = 35200$ libb. parig., essendo il peso di un piede cubico di acqua di 70. libb. parig. La pressione adunque, che l' interna superficie del vase EAF dall' acqua contenuta sostiene, è di 35200 libb. parig. Nella stessa maniera si troverà la pressione dell' interna superficie de' lati del medesimo vase EAF posto colla base all' ingiù, e col vertice all' insù $= 70400$ libb. parig. Quindi sarà la pressione del vase conico EAF convergente alla pressione del medesimo vase considerato come divergente $= 70400 : 35200 = 2 : 1$.

C A P O II.

Della risoluzione della pressione, che fanno i fluidi contro l' interna superficie de' vasi, nelle pressioni orizzontali, e verticali.

101. **S**E da ciascun punto della inclinata AC (fig. 19.) si concepiranno condotte al piano orizzontale PI le perpendicolari Aa, Es, Fm, Cb, la retta

ta ba , che quindi si formerà nel piano orizzontale PI , si chiamerà *la proiezione della inclinata AC nel piano orizzontale PI* . Similmente se da ciascun punto della inclinata AC si supporran condotte le perpendicolari AB , Nc &c. al piano verticale Cb , che passa per l'estremità C di AC , la retta CB da queste formata nel piano verticale Cb si dirà *la proiezione dell'inclinata AC nel piano verticale Cb* . Nella stessa guisa si avranno le proiezioni delle superficie, qualunque siasi la loro figura, ed inclinazione, ne' piani o verticali, od orizzontali.

T E O R E M A I.

Sia la linea AC immersa obliquamente all'orizzonte in un fluido omogeneo, e stagnante, la di cui suprema superficie si ponga, per esempio, nel piano orizzontale PI : dico; che le pressioni perpendicolari, che la linea AC sostiene dal fluido si superiore, come inferiore, si risolvono nelle pressioni verticali, ed orizzontali.

DI.

D I M O S T R A Z I O N E .

102. **D** AI punti C, N della inclinata CA si conducano le rette indefinite CD, *cd* parallele alla orizzontale PI, e dai punti C, A si calino le perpendicolari C*b*, AD alle rette orizzontali PI, CD, e si prolunghi la perpendicolare AD in *a*. Egli è chiaro, che, se al punto N della inclinata AC si condurrà la perpendicolare GN, fatta questa $\equiv cb$, eguale cioè alla distanza del punto N dal livello del fluido, esprimerà e la direzione, e la quantità della pressione, che il punto N di AC sostiene dal fluido superiore (77. 79.). Parimente condotta al punto N la perpendicolare *gN*, e fatta questa $\equiv da$, la retta *gN* rappresenterà e la direzione, e la quantità della pressione, che dal fluido inferiore sostiene il punto N della inclinata AC. Ora, essendo la retta GN esprime la pressione perpendicolare del fluido superiore contro il punto N obliqua alla linea orizzontale *cd*, calata dal punto G la perpendicolare GR, e
ter-

terminato il parallelogrammo $GHNR$, sarà decomposta nelle due forze RN, NH , la prima delle quali preme il punto N orizzontalmente verso la perpendicolare AD , l'altra preme il medesimo punto N dall'insù all'ingiù. Per la medesima ragione la forza gN , che rappresenta la pressione perpendicolare del fluido inferiore contro il punto N , viene decomposta nelle due Nr, Nb , la prima delle quali preme orizzontalmente il punto N verso la perpendicolare CB , l'altra preme dall'ingiù all'insù il punto N . Le due forze NH, Nb , la prima delle quali preme il punto N dall'insù all'ingiù, la seconda per lo contrario preme il medesimo punto N dall'ingiù all'insù, si chiamano con nome comune *verticali*: le altre due RN, rN , che premono orizzontalmente il punto N o verso la perpendicolare AD , oppure verso la perpendicolare CB , si nominano *orizzontali*. Ciocchè &c.

103. COROLL. I. Le pressioni perpendicolari GN, gN del punto N essendo per l'egua.

eguaglianza delle rette cb , da tra loro eguali, ed opposte, ancora le verticali, e le orizzontali, nelle quali vengono decomposte, faranno eguali, ed opposte tra loro. Infatti, essendo gli angoli HNR , bNr retti, le due forze verticali HN , bN faranno tra loro opposte diametralmente. Sono di più eguali per l'eguaglianza dei due triangoli GNH , gNb , avendo questi triangoli i lati GN , gN eguali, eguali ancora gli angoli opposti al vertice GNH , gNb , eguali finalmente gli angoli retti GHN , gbN . Nella stessa maniera si dimostrerà, essere eguali, ed opposte tra loro le forze orizzontali RN , rN .

104. COROLL. II. Le forze verticali, ch' esercita il fluido superiore, ed inferiore contro ciascun punto della retta AC , essendo eguali, ed opposte tra loro, tutto ciò, che si dimostrerà della quantità della forza verticale, che impiega il fluido superiore dall'insù all'ingìù contra o un dato punto di AC , oppure contra la retta AC , si potrà ancora applicare all' altra forza verticale,

cale , che il fluido inferiore esercita dall' ingiù all' insù contra o il medesimo punto di AC , oppure contra la medesima retta AC . Lo stesso deve si dire delle forze orizzontali .

TEOREMA II.

Si concepisca la linea AC immersa obliquamente all' orizzonte in un fluido omogeneo , e stagnante , il di cui livello si ponga , per esempio , nel pian' orizzontale PI : dico ,

- I. Che la pressione verticale dell' inclinata AC è eguale al prodotto della distanza del centro di gravità di AC dal livello PI del fluido nella proiezione di AC nel livello del fluido .*
- II. Che la pressione orizzontale della medesima retta AC è eguale al prodotto della distanza del centro di gravità di AC dal livello del fluido nella sua proiezione nel piano verticale Cb .*

D I M O S T R A Z I O N E .

105. I. **D** All'estremità A di AC si conduca la retta AB parallela all'orizzontale PI, e si facciano le altre operazioni, come nel Teorema precedente. La pressione perpendicolare del punto N stà alla verticale del medesimo $\equiv GN:HN \equiv CA:AB$, essendo simili i triangoli GHN, BCA. Infatti essendo l'angolo GNA formato dalla perpendicolare GN retto, sarà eguale all'angolo retto BAD; e perciò, levato l'angolo HNA eguale all'alterno CAD, resterà l'angolo GNH del triangolo GHN eguale all'angolo BAC del triangolo BCA. Di più essendo anche l'angolo retto H eguale all'angolo retto B, farà ancora il terzo angolo NGH eguale al terzo angolo ACB: e quindi i triangoli GHN, BCA sono simili. Per ritrovare dunque la pressione verticale dell'inclinata AC, si cerchi primieramente la pressione perpendicolare della medesima, e si troverà questa, (99) posta la distanza del

H

cen.

centro di gravità di AC dal livello del fluido $\equiv d$, si troverà, dico, $\equiv AC \cdot d$. Si faccia ora la proporzione, che segue, $CA : AB \equiv CA \cdot d : \frac{CA \cdot d \cdot AB}{CA}$.

La pressione verticale adunque della retta $CA \equiv \frac{CA \cdot d \cdot AB}{CA} \equiv AB \cdot d \equiv ab \cdot d$,

eguale cioè al prodotto della distanza del centro di gravità della retta AC dal livello del fluido nella sua proiezione ab nel livello del fluido.

II. La pressione perpendicolare del punto N stà alla verticale dello stesso $\equiv GN : GH \equiv AC : CB$. Quindi si avrà la pressione orizzontale di AC, facendo $AC : CB \equiv AC \cdot d : \frac{CB \cdot AC \cdot d}{AC}$, e farà que-

sta $\equiv CB \cdot d$, eguale cioè al prodotto della distanza del centro di gravità della retta AC dal livello del fluido nella sua proiezione nel piano verticale. Ciochè &c.

106. COROLL. I. Supponendosi il livello del fluido nel piano orizzontale BA, che
passa

passa per il punto A di AC, la pressione verticale di AC farà eguale al triangolo BAC. Imperocchè dal punto F centro di gravità di AC si conduca la perpendicolare FM alla retta orizzontale AB, farà $d = FM$; e perciò la pressione verticale di AC farà $= AB \cdot FM$. Ma $AB \cdot FM =$ al triangolo BAC. Conciossiachè, essendo simili i due triangoli FAM, BAC farà $AF : AC = FM : BC$; e quindi, essendo $AF = \frac{1}{2} AC$, ancora FM sarà $= \frac{1}{2} BC$, e per conseguenza $BA \cdot FM = BA \cdot \frac{1}{2} BC$, eguale cioè al triangolo BAC. Similmente essendo la pressione orizzontale, che dal fluido sostiene l'inclinata AC, $= CB \cdot d$, posto il livello del fluido nel piano orizzontale BA, la pressione orizzontale di AC farà $= CB \cdot FM = CB \cdot \frac{1}{2} CB$, eguale cioè ad un triangolo isoscele rettangolo, avente ciascun dei due lati posti ad angolo retto eguali al lato BC.

107. COROLL. II. Essendo la pressione perpendicolare di AC eguale al peso del fluido premente contenuto sotto AC, e

H 2

fot.

sotto d , distanza del centro di gravità F di AC dal livello del fluido, farà ancora la pressione verticale di AC eguale al peso del medesimo fluido contenuto sotto la retta AB , e sotto d ; la pressione poi orizzontale di AC eguale al peso del fluido medesimo contenuto sotto BC , e sotto d . Onde se il livello del fluido farà nel piano orizzontale BA , la pressione verticale di AC farà eguale al peso del fluido contenuto nel triangolo CBA , l'orizzontale poi di AC farà eguale al peso del medesimo fluido compreso in un triangolo isoscele rettangolo, avente ciascun de' lati, che contengono l'angolo retto, eguale al lato BC .

108. COROLL. III. Essendo la pressione orizzontale di AC alla verticale $\equiv CB : d : AB : d \equiv CB : AB$, se si prenderà l'inclinata AC per seno tutto, diventando in questo caso $BC \equiv AD$ seno dell'angolo ACD d'inclinazione, e $AB \equiv CD$ coseno del medesimo angolo, farà la pressione orizzontale di AC alla verticale come il seno dell'angolo

golo d'inclinazione della retta AC al coseno del medesimo angolo. Quindi se si supporà, che l'inclinata AC si accosti alla verticale BC , crescendo in questo caso il seno dell'angolo d'inclinazione ACD , e diminuendosi il suo coseno, crescerà ancora la pressione orizzontale della retta AC , e si scemerà la sua pressione verticale in modo tale, che, confondendosi AC colla verticale BC , svanirà affatto la pressione verticale della retta AC , e la sua pressione orizzontale si confonderà pienamente colla pressione perpendicolare. Onde potendosi considerare la superficie interna de' vasi uniformi come un aggregato di linee rette, se questi vasi insisteranno perpendicolarmente sull'orizzonte, i loro lati non patiranno altra pressione, che l'orizzontale, e questa si calcolerà nella stessa maniera, che si calcola la pressione perpendicolare (99.).

109. COROLL. IV. Se l'inclinata AC si accosterà all'orizzontale CD , il seno DA dell'angolo d'inclinazione ACD diminuendosi, crescerà il coseno BA del me-

H 3

desi.

defimo angolo, e confondendosi l'inclinata AC coll'orizzontale CD svanirà totalmente, il seno DA di ACD , e diventerà seno tutto il coseno BA dello stesso angolo ACD . Quindi, diminuendosi l'angolo d'inclinazione ACD della linea AC , cresce la pressione verticale di AC in guisa tale, che, diventando l'inclinata AC orizzontale, svanisce affatto la pressione orizzontale, e la pressione verticale si confonde pienamente colla perpendicolare. Onde, se i fondi de' vasi faranno orizzontali, non avranno questi altra pressione, che la verticale; e questa si calcolerà, come la pressione perpendicolare (99.).

110. COROLL. V. Se l'angolo d'inclinazione ACD della inclinata AC farà semiretto, la pressione verticale di AC farà eguale alla orizzontale. Imperocchè, essendo semiretto l'angolo ACD , farà ancora semiretto l'altro angolo CAD del triangolo rettangolo ACD ; e perciò il seno AD dell'angolo ACD farà eguale al coseno CD del medesimo angolo; e quindi la pressione

ver.

verticale di AC eguale alla sua pressione orizzontale. Infatti la pressione verticale di $AC \equiv BA \cdot d$, siccome abbiain già dimostrato (105), ossia per l'eguaglianza de' lati BA , $CB \equiv CB \cdot d$, eguale cioè alla pressione orizzontale, che dal fluido sostiene la medesima retta AC . Quindi ne siegue la soluzione di questo problema: *ritrovare l'inclinazione, che deve avere la retta AC , affinchè la sua pressione verticale sia eguale alla orizzontale.*

TEOREMA III.

Posse le medesime cose del Teorema precedente si concepisca l'inclinata AC decomposta nelle sue parti infinitesime OE , EF &c., e dai punti O , E , F , &c. si conducano al livello del fluido le perpendicolari Oq , Es , Fm &c.: dico, che le pressioni verticali delle infinitesime OE , EF &c. sono tra loro come i rispettivi trapezj $OqsE$, $Es mF$ &c.

DIMOSTRAZIONE.

III. **S**I supponga l'infinitesima OE di AC disgiunta dalle altre parti OA, EC della linea AC; e dal punto O si conduca la retta Oo parallela all'orizzontale PI. La pressione verticale, che sostiene dal fluido la linea infinitesima OE, farà $\equiv Oo$. d (105). Ma, essendo i punti estremi O, ed E di OE infinitamente vicini tra loro, si potrà senza alcuno errore supporre $d \equiv Oq$; e quindi la pressione verticale di OE $\equiv Oq$. $Oo \equiv Oq$. $qs \equiv OqsE$, essendo la differenza, che passa tra il trapezio OqsE, ed il rettangolo Oqso eguale al triangolo OoE infinitesimo di ordine secondo, e perciò nulla. La pressione adunque verticale di OE infinitesima, essendo disgiunta dalle altre parti AO, EC di AC, è uguale al trapezio OqsE. Ma la pressione verticale di OE è la stessa, o si supponga unita, o disgiunta dalle altre parti di AC. Dunque la pressione verticale dell'infinitesima OE di AC è uguale al trapezio

zio OqE . La stessa dimostrazione vale ancora per le altre parti infinitesime di AC . Ciocchè &c.

112. SCOLIO I. Nella stessa maniera si dimostrerà ancora, che la pressione orizzontale, che la parte infinitesima OE della inclinata AC sostiene dal fluido, è uguale al prodotto di Oq in Eo proiezione dell' infinitesima OE nel piano verticale Es .

113. SCOLIO II. Si ponga $CB = b$, $BA = c$, l'ascissa $AQ = x$, l'ordinata $QO = y$, alla quale si supponga infinitamente vicina l'altra ordinata ES , e sia il livello del fluido nel piano BA . L'elemento delle pressioni verticali essendo $OQSE = OQSo = y dx$, si cerchi il valore di y colla seguente proporzione $BA : QA = BC : QO$, ossia $c : x = b : y$, e si troverà $y = \frac{bx}{c}$, e, fatta po-

scia la sostituzione, farà $y dx = \frac{bx dx}{c}$, e la

somma di tutta la pressione verticale di OA
 $= \frac{\int bx dx}{c} = \frac{bx^2}{2c}$. Finalmente, posta $x = c$,
 farà

farà la pressione verticale di $AC = \frac{bc^2}{2c}$

$= \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2}BA \cdot CB$, eguale cioè al triangolo CBA , siccome appunto abbiamo dimostrato (106).

114. COROLL. I. Potendosi considerare le parti infinitefime OE , EF della linea AC , sensibilmente parlando, come tanti punti O , E , F , i trapezj $OqsE$, $Es mF$ &c. come tante linee condotte da questi punti perpendicolarmente al livello del fluido, faranno le pressioni verticali, che soffrono dal fluido questi punti O , E , F &c. della linea AC come le perpendicolari corrispondenti Oq , Es , Fm &c. Quindi essendo la quantità assoluta delle pressioni verticali delle infinitefime OE , EF &c. eguale al peso del fluido contenuto ne' rispettivi trapezj $OqsE$, $Es mF$ &c., farà ancora la quantità assoluta delle pressioni verticali de' punti O , E , F &c. eguale al peso delle rispettive colonne fluide Oq , Es , Fm &c.

115. COROLL. II. L' inclinata CA diventi

venti orizzontale, confondendosi coll' orizzontale CD : poichè in questo caso la pressione verticale si confonde colla perpendicolare (109); la pressione verticale dell' infinitesima yx di CD sarà $= yx \cdot xq$ (81), ed essendo yx non diverso dal punto x , sensibilmente parlando, ed il rettangolo $yxqs$ non diverso dalla perpendicolare xq , ancora le pressioni verticali dei punti di CD faranno come le loro rispettive perpendicolari condotte al livello del fluido, e la quantità assoluta delle loro pressioni farà eguale al peso delle loro rispettive colonne fluide insistenti.

116. COROLL. III. Quindi la quantità assoluta della pressione verticale di un dato punto, è sempre eguale al peso della colonna fluida, che dal livello del fluido s'appoggia sul dato punto, ossia il dato punto in una retta inclinata all' orizzonte, oppure parallela. Così la pressione verticale del punto N della inclinata AC , come anche quella dello stesso punto N della retta cd orizzontale è uguale al peso della colonna fluida Nn .

117.

117. **Scolio.** Benchè la colonna fluida Nn esprima la quantità della pressione verticale del punto N , o si trovi il punto N nella linea AC inclinata, o nella linea cd parallela all'orizzonte, non ha però in tutti due i casi la stessa quantità di materia, e lo stesso peso. Ritrovandosi il punto N nell'inclinata AC , la colonna Nn , che insiste sul punto N , ha la sua base inclinata all'orizzonte, la quale è parallela all'orizzonte nella colonna Nn , che perpendicolarmente s'appoggia sul punto N della retta orizzontale cd . Onde nel 1°. caso la colonna Nn deve avere minore quantità di materia, e conseguentemente minor peso, che nel 2°. Per maggior chiarezza il punto fisico N di AC venga rappresentato dall'infinitesima OE di AC , e la distanza di OE dal livello del fluido PI si ponga eguale a quella del punto N . La pressione verticale del punto N , ossia dell'infinitesima OE farà (114) eguale al peso del fluido contenuto nel trapezio Oq RE , il quale non è sensibilmente diverso dal

dal peso del fluido compreso nel rettangolo $Oqso$. Si supponga ora l'infinitesima OE posta ad egual distanza dal livello del fluido orizzontalmente: questa rappresenterà il punto N della linea orizzontale cd , e la sua pressione verticale sarà eguale al peso del medesimo fluido contenuto nel rettangolo di OE in Oq , il quale certamente è maggiore del rettangolo $Oqso$. Quindi se gli elementi della retta AC inclinata all'orizzonte, conservando tutti la loro prima distanza dal livello del fluido, diventassero orizzontali, la pressione verticale di tutti gli elementi si troverebbe eguale al peso del fluido contenuto sotto AC , e sotto d , distanza del centro di gravità di AC dal livello del fluido; e perciò farebbe la pressione verticale dell'inclinata AC alla pressione verticale de' suoi elementi disposti, come abbiamo detto, e presi assieme $= ba . d : AC . d = ba : AC = BA : AC$.

118. COROLL. IV. Qualunque sia la superficie dal fluido premuta, potendosi questa

sta considerare composta di linee rette, le quali faranno o finite, o infinitefime nella grandezza, secondochè la superficie sarà o piana, o curva, la pressione verticale di un dato punto di questa sarà eguale al peso della colonna fluida, che dal livello del fluido insiste sù di esso. Quindi si avrà la pressione verticale della data superficie premuta, prendendo la somma de' pesi delle colonne fluide, che insistono dal livello del fluido sù tutti i suoi punti.

119. SCOLIO. Chiunque paragonerà la dottrina di questo capo con ciò, che fin' ora è stato detto dagl' Idrostatici intorno alla risoluzione della pressione perpendicolare nelle pressioni verticali, ed orizzontali, ci accorderà senza dubbio, di averla noi resa semplice, e chiara, e di averla di più messa nel suo vero lume.



C A P O III.

*Della misfura delle prefioni orizzontali ,
e verticali de' fluidi contro l'interna
fuperficie de' vafi .*

120. **I** Lati de' vafi uniformi , che infifto-
no perpendicolarmente full' oriz-
zonte , non patifcono veruna prefione ver-
ticale , come abbiain già detto (108) , con-
fondendofi efattamente la prefione oriz-
zontale colla perpendicolare . La cofa di-
verfamente succede ne' vafi difforni , che
hanno i loro lati o convergenti , o diver-
genti . Dalla inclinazione de' lati di que-
fti vafi all' orizzonte ne nafce , che il flui-
do contenuto oltre la prefione orizzon-
tale effercita ancora contro i lati la pref-
fione verticale o dall' ingiù all' insù , o
dal insù all' ingiù , fecondo che i lati de'
vafi fono o convergenti , o divergenti .



TEO.

T E O R E M A I.

Le pressioni orizzontali, che l'interna superficie di qualunque vase sostiene dal fluido contenuto, si distruggono scambievolmente.

D I M O S T R A Z I O N E .

121. **S**IA ABC una sezione verticale (fig. 20.) del dato vase, e, presa la parte infinitesima ac del lato AB, si conducano dai punti a, c le orizzontali ab, cc , e dai punti c, c si calino nell'orizzontale ab prolungata le perpendicolari cr, co : sarà la pressione orizzontale dell'infinitesima ca del lato AB, $\equiv cr . aa$, quella dell'infinitesima bc del lato BC $\equiv co . bb$. (112). Quindi, essendo $cr \equiv co$, $aa \equiv bb$, farà ancora $cr . aa \equiv co . bb$. Sono di più queste due pressioni opposte fra di loro, essendo dalla pressione, che sostiene la parte ca dal fluido, il vase ABC spinto orizzontalmente verso AD, e dalla pressione, che sostiene dal medesimo l'altra
parte

parte bc , spinto orizzontalmente verso CG. Devonsi dunque le pressioni orizzontali delle parti ca , cb totalmente distruggere. Nella stessa maniera dimostrerò, che le pressioni orizzontali delle altre parti infinitesime del lato AB vengono distrutte dalle pressioni orizzontali delle altre parti infinitesime del lato BC. Ciochè &c.

T E O R E M A II.

Dai punti del perimetro della base del dato vase convergente ABC si conducano le perpendicolari AD, CG al piano del livello DG del fluido contenuto: dico, che la pressione verticale, che l'interna superficie de' lati del vase ABC sostiene dall'ingiù all'insù dal fluido, è eguale al peso del medesimo fluido compreso dalla superficie ABC de' lati, dalla proiezione di questa nel piano del livello, e dalla superficie cilindrica ADCG.

DIMOSTRAZIONE.

122. **D**A ciascun punto del lato AB del vase ABC si conducano al piano del livello le perpendicolari aa, mm &c. : le pressioni verticali de' punti a, m &c. faranno eguali ai pesi delle rispettive colonne fluide aa, mm &c. (118.). Onde, riempiendo queste con esattezza il triangolo ADB , farà la pressione verticale del lato AB eguale al peso del fluido contenuto nel triangolo ADB ; e perciò la pressione di tutti i lati del vase ABC farà eguale al peso del fluido, che si comprenderebbe sotto il volume del solido, che vien generato dal triangolo ABD , mentre il rettangolo $ADFB$ compie la sua rivoluzione intorno all'asse BF , ossia eguale al peso del fluido compreso dalla superficie de' lati del vase convergente ABC , dalla proiezione di questa nel piano DG del livello del fluido contenuto, e dalla superficie cilindrica $ADCG$. La stessa dimostrazione vale, ancorchè il vase si ponga prodotto (fig. 21.) dal
moto

moto di rotazione della superficie ACE terminata dalla curva AC, dalle coordinate AE, CE intorno all' asse CE; e ancorchè si ponga tagliato da un piano orizzontale. Ciochè &c.

123. COROLL. I. Essendo la pressione verticale del fondo orizzontale AC (fig. 20.) del vase convergente ABC eguale al peso della colonna fluida ADCG della stessa base, ed altezza del vase (65.), farà la pressione de' lati del medesimo vase eguale all' eccesso del peso di questa colonna sopra quello del fluido contenuto, e la somma delle pressioni de' lati, e del fondo, ossia la pressione di tutta l' interna superficie eguale al doppio peso di detta colonna meno quello del fluido contenuto. Onde se dal peso della colonna fluida, che dà la misura della pressione del fondo, si leverà il peso del fluido contenuto, il residuo darà la misura della pressione de' lati: se questa misura si aggiungerà a quella del fondo, oppure se dal doppio peso della colonna si leverà quello del fluido contenuto, si avrà

la misura della pressione verticale di tutta l'interna superficie del vase convergente.

124. COROLL. II. L'eccesso della pressione del fondo sopra quella de' lati di un vase convergente è eguale al peso del fluido contenuto. Imperocchè, chiamato P il peso della colonna fluida esprimente la pressione del fondo, p il peso del fluido contenuto, farà la pressione de' lati $= P - p$; e perciò se dalla pressione del fondo si leverà quella de' lati, cioè se si farà $P - P + p$, l'eccesso della pressione del fondo sopra quella de' lati sarà $= p$, eguale cioè al peso del fluido contenuto. Quindi se il fondo del vase sarà fermamente unito ai lati, essendo in questo caso fra loro opposte le pressioni, che il fluido contenuto esercita e dall'ingiu all'insù contro i lati, e dall'insù all'ingiu contro il fondo, il fondo verrà all'ingiu premuto con forza soltanto eguale al peso del fluido contenuto. Non deve adunque recar maraviglia, se, messo sopra un bacino d'una bilancia il fondo d'un vase convergente unito ai lati, rimanga questo equilibrio.

librato, ponendo nell' altro bacino un peso soltanto eguale a quello del fluido contenuto, benchè la pressione del suo fondo sia di gran lunga maggiore.

T E O R E M A III.

La pressione verticale dell' interna superficie de' lati del vase conico ABC stà alla pressione del fondo $\equiv 2:3$.

D I M O S T R A Z I O N E.

125. **S**I concepisca il rettangolo ADBF mosso in giro intorno al lato BF, egli è chiaro,

I. Che dal moto di rotazione di questo rettangolo, sarà generato un cilindro, una sezione verticale del quale si è il rettangolo ADCG. Questo cilindro poi rappresenterà la pressione, che patisce il fondo del vase conico ABC.

II. Che il triangolo ABF, movendosi intorno al lato BF, produrrà un cono, una di cui sezione si è il triangolo ABC, e que-

sto farà, siccome dimostrarasi nella Geometria,
 $= \frac{1}{3}$ parte del cilindro ADCG.

III. Che il triangolo ABD, ch'espri-
 me la pressione verticale del lato AB, men-
 tre il rettangolo ADBF raggirasi attorno
 di FB, farà nascere col suo moto un solido,
 che rappresenterà la pressione dell' interna
 superficie de' lati del vase ABC.

Si ponga ora il cilindro ADCG, che
 presenta la pressione del fondo AC, $= \frac{1}{3}$;
 da questo cilindro si levi il cono ABC $= \frac{2}{3}$
 di ADCG, il residuo di questo cilindro
 dinoterà la pressione di tutti i lati, e sarà
 $= \frac{1}{3}$ di ADCG. Quindi la pressione verti-
 cale dell' interna superficie de' lati del vase
 conico ABC stà alla pressione del fondo
 $= \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = 2 : 3$. Ciocchè &c.

126. COROLL. I. La pressione adunque,
 che sostiene il fondo del vase conico ABC,
 è tre volte maggiore della massa del fluido
 contenuto, la pressione di tutti i lati è due
 volte maggiore, la pressione finalmente di
 tutti i lati, e del fondo presa insieme è
 cinque volte maggiore. Quindi la pressione
 ver-

verticale, che il fluido esercita contro l'interna superficie del vase conico ABC , stà a quella, che farebbe il medesimo fluido, se, perdendo la sua fluidità, diventasse solido, $= 5 : 1$.

127. COROLL. II. Se si prenderà il triplo del peso contenuto nel vase conico ABC , si avrà la misura della pressione verticale del fondo, se si prenderà il doppio, si avrà quella de' lati, finalmente se si prenderà il quintuplo, si averà quella del fondo, e de' lati, ossia di tutta l'interna superficie del vase ABC .

128. COROLL. III. Se il fondo del vase conico sarà mobile, vale a dire non congiunto ai lati, per sostenerlo, non considerato il suo peso, si dovrà impiegare una forza eguale al triplo del peso del fluido contenuto, essendo la pressione, che dal fluido ne sostiene il fondo AC , eguale al peso della colonna cilindrica $ADCG$, ossia al triplo del peso del fluido ABC . Se poi il fondo AC sarà immobile, cioè fermamente congiunto ai lati del vase, per so-

stenerlo basterà una forza soltanto eguale al semplice peso del fluido contenuto (124.) .

129. SCOLIO. Nella stessa maniera, con cui abbiamo assegnato ne' vasi conici il rapporto della pressione de' lati a quella del fondo, possiam far lo stesso ancora in qualunque vase generato dal moto di rotazione della superficie ACE (fig. 21.) terminata dalla curva AC, e dalle coordinate AE, CE intorno al lato CE. Infatti egli è chiaro, che la pressione del fondo AF farà sempre eguale al cilindro ABFO della medesima base, ed altezza del vase ACF, e quella de' lati farà parimente sempre uguale al solido, che viene prodotto dalla figura mistilinea ABC, mentre il rettangolo ABCE si volge intorno di CE. Questo solido poi, che rappresenta la pressione de' lati del vase ACF, è uguale alla differenza, che passa tra il cilindro circoscritto ABFO, ed il solido curvilineo ACF. Quindi chiamata la pressione del fondo P, quella de' lati p , e posto il cilindro ABFO $=a$, il solido curvilineo ACF $=b$, sem-
pre

pre si avrà la proporzione seguente $P : p = a : a - b$. Si trovi ora col mezzo della Geometria la ragione del cilindro circoscritto ABFO a quella del solido curvilineo ACF, e resterà determinato il rapporto della pressione del fondo a quella de' lati. Supponiamo per esempio esser la curva CA una semiparabola; poichè il solido nato dal rivolgimento di ACE intorno all' asse CE è una metà del cilindro circoscritto ABFO, vale a dire è $\frac{1}{2}a$, come dimostrasì negli elementi delle sezioni coniche, farà, fatta la sostituzione di $-\frac{1}{2}a$ al luogo di $-b$, $P : p = a : a - \frac{1}{2}a = a : \frac{1}{2}a = 2a : a = 2 : 1$, cioè in un vase conoidale parabolico la pressione del fondo è due volte maggiore di quella de' lati. Quindi si raccoglie, che la pressione del fondo è uguale al doppio della massa del fluido contenuto, quella de' lati alla semplice massa, quella finalmente del fondo, e de' lati, ossia di tutta l'interna superficie del vase conoidale parabolico al triplo della massa; e che perciò si avrà la misura della

la prima, prendendo il doppio del peso; della seconda, prendendo il semplice peso, della terza finalmente, prendendo il triplo del peso del fluido contenuto nel vase ACF. Stimiamo superfluo il diffonderci vieppiù nell'applicazione della addotta formola alle varie specie de' vasi convergenti, potendo ciascuno con facilità da questa dedurre in qualunque vase convergente il rapporto della pressione verticale del fondo a quella de' lati.

130. SCOLIO II. Noi siamo i primi ad introdurre nell'Idrostatica il presente teorema, da noi, anni sono ritrovato. Sù di ciò abbiám pubblicata una memoria idrostatica nel tomo 31. del Giornale di Pisa, la quale con varie aggiunte è stata ristampata in Roma. Si vegga l'operetta nostra: *Due memorie idrostatiche sulla pressione de' fluidi*. In Roma 1779. per il Casaletti.



TEO.

T E O R E M A IV.

Da ciascun punto del perimetro (fig 22.) del fondo CD del vase divergente ECDF, qualunque esso sia, si conducano al livello del fluido contenuto le perpendicolari Cc, Dd: dico, che la pressione verticale, che l'interna superficie de' lati sostiene all'ingiu' dal fluido contenuto, è eguale al peso del fluido compreso dalla superficie cilindrica CcDd, dall'interna superficie de' lati ECDF, e dalla proiezione di questa nel livello del fluido.

D I M O S T R A Z I O N E.

131. **L**A^a pressione verticale, che il fluido contenuto esercita dall'insù all'ingiu' contro il lato EC del vase conico tronco ECDF, è uguale al peso del fluido contenuto nel triangolo ECc, essendo le pressioni verticali di ciascun punto di EC come le rispettive colonne fluide, che dal livello del fluido EF insistono su i punti di EC; e perciò la pressione verticale di tutti i lati
del

del vafe $E C D F$ è eguale al peso del fluido, che si comprenderebbe nel volume del solido generato dal triangolo $E C c$, mentre il trapezio $E C b B$ compie il suo giro attorno dell'asse $B b$, eguale cioè al peso del fluido, che si comprende dalla superficie cilindrica $C c D d$, dall' interna superficie de' lati del vafe $E C D F$, e dalla proiezione di questa nel livello del fluido contenuto. La stessa dimostrazione vale, ancorchè il vafe divergente (fig. 23.) fosse prodotto dal moto di rotazione della figura mistilinea $E C b B$ intorno al lato $b B$, e ancorchè i vasi divergenti fossero intieri. Ciocchè &c.

132. COROLLE. I. Essendo la pressione verticale del fondo eguale al peso della colonna fluida, che dal livello del fluido insiste sù di esso, farà quella di tutta l' interna superficie di un vafe divergente eguale al peso del fluido compreso da tutta l' interna superficie del vafe, e dalla sua proiezione nel livello del fluido, ossia eguale al peso di tutto il fluido contenuto. Onde se il fondo di un vafe divergente farà immobi-

mobile, la pressione, che all' ingiù sosterrà il vase, farà eguale al peso del fluido contenuto, e non si potrà sostenere il suo fondo, se non impiegando una forza eguale alla somma de' pesi del vase, e del fluido contenuto. Quindi s' intende, perchè attaccando (fig. 22.) col mezzo della catena bB ad un braccio di una bilancia il fondo immobile CD del vase conico tronco $ECDF$, per ottenerne l'equilibrio, non basterà mettere nell' altro braccio un peso eguale a quello della colonna fluida $CcDd$, benchè il fondo venga con tal forza premuto all' ingiù dal fluido contenuto.

133. COROLL. II. La misura della pressione verticale de' lati di un vase divergente si ha, togliendo dal peso del fluido contenuto quello della colonna fluida, che dalla suprema superficie insiste perpendicolarmente sul fondo orizzontale, essendo la pressione del fondo eguale al peso di questa colonna. Parimente si ha la misura della pressione verticale di tutta l' interna superficie del vase, prendendo il peso del fluido contenuto.

TEO-

TEOREMA V.

Da ciascun punto (fig. 22.) del contorno del fondo COD del vase ECODE si conducano al livello EF del fluido contenuto le perpendicolari Cc, Dd: dico, che la pressione verticale del fondo COD è uguale al peso del fluido compreso dall' interna superficie del fondo, dalla proiezione di questa nel piano del livello EF, e dalla superficie prismatica CcDd.

DIMOSTRAZIONE.

134. **D**A ciascun punto della superficie del fondo si conducano al livello del fluido le perpendicolari Cc, OB, Dd, cosicchè si formi la proiezione cd della superficie COD: queste rappresenteranno le colonne fluide Cc, OB, Dd &c., le quali col loro peso daranno la misura della pressione verticale de' punti C, O, D &c., su cui insistono (118.). Quindi la pressione verticale di tutta la superficie interna del fondo di ECODE sarà eguale al peso di
tutte

tutte queste colonne fluide, ossia al peso del fluido compreso dalla interna superficie COD del fondo, dalla proiezione cd di questa superficie nel livello del fluido contenuto, e dalla superficie prismatica $CcDd$. Ciocchè &c.

135. SCOLIO I. Nella stessa maniera si ritroverà, esser la pressione verticale, che all'insù sostiene il coperchio di un vase, qualunque esso siasi, dal fluido, eguale al peso del fluido compreso dall'interna superficie del coperchio, dalla proiezione di questa nel piano del livello del fluido, e dalla superficie prismatica formata dalle perpendicolari condotte da ciascun punto del perimetro dell'interna superficie del coperchio al livello del fluido.

136. SCOLIO II. Dal fin qui detto s'intende, quanto confusamente si determini ne' volgari elementi d'idrostatica la misura della pressione del fondo, mentre si stabilisce, esser la pressione del fondo di qualunque vase come il prodotto del fondo nell'altezza del vase. Per levare ogni confusione, la quale
ci

ci potrebbe indurre in gravissimi errori, deve si far distinzione tra la pressione perpendicolare, e la verticale. Fatta questa distinzione, se si tratta della pressione perpendicolare del fondo, si deve stabilire, esser la pressione del fondo, qualunque esso siasi, eguale al peso d'una colonna del medesimo fluido, avente la sua base eguale all'interna superficie del fondo, e l'altezza eguale alla distanza del centro di gravità di questa superficie dal livello del fluido contenuto (99.). Se poi si tratta della pressione verticale del fondo, si deve stabilire, esser questa eguale al peso del medesimo fluido, compreso dall'interna superficie del fondo, dalla proiezione di questa superficie nel livello del fluido contenuto, e dalla superficie prismatica, formata, come abbiàm detto di sopra. I medesimi lumi devon si ancora applicare alla pressione, che dal fluido sostengono i coperchj de' vasi, che lo contengono. Si vede quindi, perchè, parlando noi nel Capo IV. del Libro I. della pressione de' fondi, e de' coperchj, che per mag-

maggiorè chiarezza delle cose, che dopo si aveano da trattare, doveasi in quel luogo determinare, abbiamo supposte orizzontali le interne superficie de' fondi, e de' coperchj. Imperocchè in questo caso, confondendosi la pressione perpendicolare colla verticale (109.), le interne superficie de' fondi, e de' coperchj non hanno altra pressione, che la verticale.





LIBRO III.
DELLA PRESSIONE DE' FLUIDI
C O N T R O
L' ESTERNE SUPERFICIE
DE' SOLIDI IMMERSI.

C A P O I.

*Della natura, della misura, della risoluzione
della pressione de' fluidi contro le super-
ficie de' solidi immersi nelle pressio-
ni orizzontali, e verticali, e
della misura di queste.*

137.



Esterna superficie di un so-
lido immerso viene dal flui-
do ambiente premuta al di
dentro perpendicolarmente (78.) . Queste
pressioni perpendicolari possono o coinci-
dere

dere colle pressioni orizzontali, e verticali, o non coincidere. Se i punti della superficie de' lati del solido immerso si ritrovano in linee perpendicolari all'orizzonte, le loro pressioni perpendicolari coincidono perfettamente colle orizzontali (108.). Similmente se i punti della superficie superiore, od inferiore del solido immerso giacciono in linee orizzontali, le loro pressioni perpendicolari, si confondono pienamente colle verticali (109.). Nelle altre posizioni poi dei punti della superficie del solido immerso le pressioni perpendicolari si risolvono sempre nelle pressioni orizzontale, e verticale. Le pressioni orizzontali essendo tra loro opposte, ed eguali si distruggono totalmente, siccome facilmente si dimostra (121.). Restano adunque da considerarsi ne' solidi immersi soltanto le pressioni verticali, ch'essi sostengono dal fluido ambiente, una delle quali si esercita dall'insù all'ingiù contro la superiore superficie, l'altra dall'ingiù all'insù contro l'inferiore superficie del solido immerso.

T E O R E M A I.

Sia il solido ANCB (fig. 24.) immerso in un fluido omogeneo, e stagnante, il di cui livello si ponga nel piano orizzontale DF: dico,

- I. *Che la superficie superiore ANC del solido ANCB, quella cioè di ANCB, che giace al di sopra della massima sezione orizzontale AMC, viene dal fluido superiore all'ingiù premuta con forza eguale al peso del medesimo fluido, compreso dalla superficie superiore ANC, dalla proiezione di questa nel livello DF del fluido, e dalla superficie cilindrica ADFC.*
- II. *Che la superficie inferiore ABC del solido ANCB, quella cioè, che giace al di sotto della massima sezione orizzontale AMC, viene dal fluido inferiore premuta all'insù con forza eguale al peso del medesimo fluido, compreso dalla superficie inferiore ABC, dalla proiezione di questa nel livello DF del fluido, e dalla superficie cilindrica ADFC.*

138. **L**A dimostrazione di tutte due le parti è manifesta. Si vegga la dimostrazione, che abbiám data (134.) della pressione verticale del fondo.

139. COROLL. I. Se il livello del fluido si supporrà nel piano orizzontale QQ , ossia se sarà soltanto immersa la parte $RABCS$ del solido $ANCB$, la pressione verticale, che dal fluido superiore sosterrà all'ingiù la parte $RACS$ della superficie superiore ANC di $ANCB$, sarà eguale al peso del medesimo fluido compreso dalla parte $RACS$ della superficie superiore ANC , dalla sua proiezione nel piano del livello QQ , e dalla superficie cilindrica $AQQQ$. Parimente la pressione verticale, che dal fluido inferiore sosterrà all'insù la superficie inferiore ABC del medesimo solido, sarà eguale al peso del medesimo fluido compreso dalla superficie inferiore ABC , dalla sua proiezione nel piano del livello QQ , e dalla superficie cilindrica $AQQQ$. Che se il livello del fluido sarà o nel medesimo piano della massima sezione AMC , o

al di sotto di questo piano, la superficie superiore di $ANCB$ non sosterrà dal fluido alcuna pressione verticale all'ingìù, l'inferiore poi sosterrà sempre dal fluido sottoposto una pressione verticale all'insù eguale al peso del medesimo fluido compreso dalla superficie immersa, e dalla proiezione di questa nel piano del livello del fluido, eguale cioè al peso del medesimo fluido, che si comprenderebbe sotto il volume della parte immersa di $ANCB$.

140. COROLL. II. Se il solido immerso (fig. 20.) fosse un vase convergente pieno del medesimo fluido, per esempio, il vase ABC , egli è chiaro, che, posto il livello del fluido ambiente nel medesimo piano orizzontale DG del livello del fluido contenuto, la pressione verticale, che il fluido ambiente dall'insù all'ingìù eserciterebbe contro l'esterna superficie di ABC , farebbe eguale alla pressione verticale, che il fluido contenuto esercita dall'ingìù all'insù contro l'interna superficie del medesimo vase, essendo ciascuna di queste eguale

al

al peso del medesimo fluido compreso dalla superficie del vasc convergente, dalla proiezione di questa nel livello del fluido, e dalla superficie cilindrica $ADCG$. Nella stessa maniera, si dimostrerà, supponendosi immerso un vasc divergente, e il livello del fluido ambiente posto nel medesimo piano con quello del fluido contenuto, esser la pressione verticale, che l'esterna superficie de' lati del vasc divergente sostiene dal fluido ambiente all' insù, eguale a quella, che l'interna superficie del medesimo vasc sostiene all' ingiù dal fluido contenuto. Lo stesso dev'esi dire ancora, quando il livello del fluido giace al di sopra del vasc convergente, o divergente, purchè il fluido contenuto nel vasc abbia comunicazione col fluido ambiente.

141. COROLL. III. Il centro della pressione verticale, che dal fluido superiore sostiene all' ingiù la superficie (fig. 24.) superiore ANC del solido $ANCB$ immerso, giacendo nella medesima retta verticale, cioè perpendicolare all'orizzonte col cen-

tro della pressione verticale, che dal fluido inferiore sostiene all' insù l' inferiore superficie ABC del medesimo solido, saranno queste due pressioni tra loro diametralmente opposte; e perciò, essendo disuguali, dovranno soltanto in parte distruggersi. Quindi se dalla maggiore si leverà la minore, cioè se dalla pressione verticale, che dal fluido sostiene all' insù l' inferiore superficie del solido ANCB, si leverà quella, che all' ingiù sostiene la sua superficie superiore, si avrà la differenza delle pressioni verticali, ossia *la forza attollente del fluido*, quella cioè, con cui il fluido sollecita all' insù il solido immerso.

142. COROLL. IV. Se il solido ANCB si supponrà omogeneo, il centro di gravità di ANCB sarà nel punto M centro della sua grandezza; e perciò nella medesima linea verticale si troverà coi centri delle pressioni verticali, che sostengono le superficie ANC, ABC del solido ANCB; e quindi la forza attollente del fluido sarà diametralmente opposta alla gravità del solido ANCB

NCB. Che se il solido ANCB si supporrà eterogeneo, ossia di diversa densità nelle sue parti, la forza attollente del fluido allora soltanto sarà diametralmente opposta alla gravità del solido ANCB, quando questo solido prenderà tal situazione, che il suo centro di gravità giaccia nella medesima verticale coi centri delle pressioni verticali. Generalmente ossia il solido ANCB totalmente immerso nel fluido, ossia immerso soltanto in parte, la forza attollente del fluido è diametralmente opposta alla gravità del solido allora quando i centri di gravità sì del solido immerso, come di quella porzione di fluido, che si comprenderebbe sotto lo spazio occupato dal solido, giacciono nella medesima linea verticale.

T E O R E M A II.

Sia il solido ANCB immerso in un fluido omogeneo, e stagnante: dico

- I. *Che, se il solido ANCB sarà totalmente immerso, la forza attollente del fluido*

do sarà eguale al peso del medesimo solido, che si comprenderebbe sotto il volume del solido ANCB.

II. *Che se sarà immerso soltanto in parte, la forza attollente del fluido sarà eguale al peso del medesimo fluido, che si comprenderebbe sotto il volume della parte immersa.*

DIMOSTRAZIONE.

143. I. **I**L livello del fluido si ponga sopra del solido ANCB, per esempio, nel piano DF. La pressione verticale, che dal fluido sostiene all' ingiù la superficie superiore ANC del solido ANCB, è eguale al peso del fluido compreso dalla superiore superficie ANC del solido ANCB, dalla proiezione di questa nel livello DF del fluido, e dalla superficie cilindrica ADFC. La pressione poi verticale, che dal medesimo fluido sostiene all' insù l' inferiore superficie ABC del medesimo solido, è eguale al peso dello stesso fluido compreso dall' inferiore superficie
AB

ABC, dalla sua proiezione DF nel livello del fluido, e dalla superficie cilindrica ADFC. Quindi se dalla pressione verticale, che dall'ingìù all'insù patisce l'inferiore superficie ABC si leverà quella, che dall'insù all'ingìù patisce la superiore superficie ANC dello stesso solido ANCB, si avrà la forza attollente del fluido (141.), e sarà eguale al peso del fluido compreso sotto il volume ANCB.

II. Si ponga il livello del fluido nel piano orizzontale QQ, ossia si concepisca immersa nel fluido soltanto la parte RABCS del solido ANCB: fatta la medesima operazione di prima si troverà, esser la differenza delle pressioni verticali, che sostengono dal fluido la porzione ARSC della superficie superiore ANC, e la superficie ABC del medesimo solido ANCB, ossia la forza attollente del fluido eguale al peso del medesimo fluido contenuto sotto il volume della parte immersa RABCS. Lo stesso deve si dire, quando il livello del fluido giace o nel piano orizzontale della
mas-

massima fezione AC di ANCB, o al di sotto, non essendo in questi due casi il solido premuto all'ingìù dal fluido (139.). Ciocchè &c.

144. SCOLIO. Da questo Teorema si possono dedurre come corollarj i fenomeni de' corpi solidi immersi ne' fluidi. Ma per trattare con tutta l'esattezza quest' argomento, intorno del quale si son' occupati dopo il grand' Archimede ne' libri *de insidentibus humido* i migliori Filosofi della moderna Filosofia, stimiam bene il darne la loro spiegazione nel capo che segue.

C A P O II.

De' Fenomeni dell' immersione de' corpi solidi ne' fluidi.

145. **I** Solidi possono essere o totalmente immersi ne' fluidi, oppure soltanto in parte. Di più possono essere o specificamente più gravi del fluido, o specificamente più leggieri, o finalmente della stessa gravità specifica. Secondo la diversità di questi casi diversi sono i fenomeni de'

de' solidi immerfi ne' fluidi. Qui si suppongono i solidi impenetrabili al fluido, in cui sono immerfi, al contrario de' corpi spugnosi, che ammettono ne' loro pori una parte del fluido, in cui giacciono immerfi. Si suppongono inoltre indissolubili a differenza de' sali, che dentro il fluido si sciolgono.

146. COROLL. I. Essendo il solido ANCB, siccome si suppone, impenetrabile al fluido, non potrà esservi immerso, se non avrà scacciato dal luogo, che occupa, un volume di fluido eguale o al suo, o a quello della sua parte immersa, secondochè sarà o totalmente, o in parte immerso. Quindi se sarà il livello del fluido, che si contiene nel vase ABCD (fig. 1.), nel piano *aa*, e se i lati del vase saranno immobili, e di più incompressibile il fluido contenuto, immerso in questo il solido ANCB, dovrà il livello *aa* sollevarsi, finchè il volume del fluido sollevato *aACa* sia eguale a quello del solido ANCB, oppure a quello della di lui parte immersa.

147. COROLL. II. Quindi s' intende la maniera di ritrovare idrostaticamente la misura del volume di un solido comunque irregolare . Si prenda un vase prismatico , la cui base sia nota ; e vi s' infonda dell' acqua , cosicchè l' altezza di questa sia maggiore di quella del solido , e si noti il livello dell' acqua contenuta . S' immerga poscia totalmente in quest' acqua il solido : il volume dell' acqua sollevata sopra il primiero livello sarà eguale a quello del solido (146.) . Onde si misuri l' altezza dell' acqua sopra il livello di prima , e si moltiplichi nella base del vase , il prodotto darà la misura del volume del solido .

148. SCOLIO I. La stessa misura si può ottenere anche in questo modo . Si riempia intieramente il vase prismatico di acqua , e vi si immerga il solido : essendo il volume dell' acqua , che dall' orlo del vase ne cadrà in terra , eguale a quella del solido immerso , si ritroverà la misura del solido o raccogliendo dentro di un vase prismatico di nota base l' acqua , che cade dall' orlo , oppure

pure, estratto il solido dal vase, misurando, come sopra, lo spazio voto, che resta al di sopra del livello. Se il vase non fosse capace di contenere il dato solido, volendosi servire di questo metodo bisognerebbe prendere un altro solido più piccolo della stessa materia, e ritrovare, come sopra, il suo volume. Essendo i volumi de' corpi omogenei, ossia della stessa densità proporzionali alle masse, ossia ai pesi assoluti, ritrovati i pesi di ambedue, si avrà colla regola d'oro il volume V del dato solido $= \frac{Pv}{p}$.

149. COROLL. III. S' intende ancora, in qual modo sciolse Archimede il famoso problema della corona d'oro propostogli da Gierone Re di Siracusa, s' è vero ciò, che narra Vitruvio al cap. 3. lib. 9. della sua Architettura. Avendo Gierone date ad un'Orefice 18. libbre di oro, perchè ne facesse una corona di oro, fatta che questa fu, ne concepì qualche sospetto di frode; e perciò diede ad Archimede d' esaminare, se la corona era tutta di oro, oppure se insieme coll'

coll' oro vi era mescolato qualche metallo più vile. Archimede ricavò la soluzione di questo problema da una osservazione, che fece; entrando nel suo bagno pieno di acqua. Osservò egli, che la quantità dell'acqua, che dall'orlo del bagno ne cadeva in terra, era proporzionata al volume del suo corpo. Però riempì un vase talmente di acqua, ed immergendo in questa la corona d'oro ne notò la quantità dell'acqua, che dall'orlo del vase ne usciva, la paragonò poscia con quella, che dall'orlo del medesimo vase ne usciva, immergendo 18. libbre di oro, e dalla maggior quantità dell'acqua, che dall'orlo del vase ne cacciò fuori la corona immersa, ne conchiuse giustamente, esser la corona di maggior volume di 18. libbre di oro; e perciò aver l'Orefice insieme coll'oro mescolato altro metallo. Questo ritrovato di Archimede è stato dai moderni Matematici talmente perfezionato, che si sa ora la maniera di ritrovare ancora col mezzo dell'Idrostatica la quantità dell'altro metallo mescolato
infie-

infieme coll' oro, siccome vedrassi a suo luogo.

T E O R E M A I.

Sia il solido ANCB (fig. 24.) immerso in un fluido, e sia nella stessa linea verticale tanto il suo centro di gravità, quanto quello della porzione di fluido, che ne occuparebbe il suo volume immerso: dico

- I. Che, che se il solido ANCB sarà totalmente immerso, perderà tanto di peso, quanto è il peso dello stesso fluido sotto il suo volume.*
- II. Che, se sarà soltanto in parte immerso, perderà tanto di peso, quanto è il peso dello stesso fluido sotto il volume della sua parte immersa.*

D I M O S T R A Z I O N E.

150. **P**Oichè la forza attollente del fluido è diametralmente opposta alla gravità del solido ANCB (142.), dovrà il solido perder tanto di peso, quant'è la

L for.

forza attollente del fluido . Ond', essendo questa eguale al peso del fluido o sotto il volume del solido *A N C B*, o sotto il volume della di lui parte immersa, secondochè si suppone il solido o totalmente, o in parte immerso (143.), dovrà questo perdere tanto di peso, quant'è quello del fluido o sotto il suo volume, o sotto quello della sua parte immersa . Ciochè &c.

151. *Scolio* . Tutti i corpi trovansi immersi nell'aria, che, come vedrassi, è un corpo fluido . Onde tutti perdono una parte della propria gravità, e perciò non si ha la loro gravità assoluta, se non nel voto . Con tutto ciò se il volume del corpo immerso nell'aria non è molto grande, si può, fisicamente parlando, prendere il peso, ch'esso ha nell'aria, per la sua gravità assoluta, essendo l'eccesso della sua gravità assoluta sopra il suo peso nell'aria eguale al peso dell'aria sotto il suo volume, peso di quasi nessuna considerazione per la grande rarità dell'aria . Nel resto si avrà nell'aria la gravità assoluta di un dato corpo, se al suo

fuo peso nell' aria si aggiungerà quello della stess' aria sotto il suo volume . Per esempio posto il peso di un piede cubico d'aria eguale ad un' oncia , ed una dramma , farà la gravità assoluta di un piede cubico d'acqua = 70. libb. 1. onc. 1. dram.

152. COROLL. I. Se il medesimo solido ANCB s' immergerà successivamente in fluidi di diversa densità , la parte del proprio peso , che perderà , farà maggiore , o minore , secondochè maggiore , o minore farà la densità del fluido . Onde se il fluido , in cui giace immerso il solido , farà incompressibile , la densità delle sue parti essendo in ogni luogo eguale , in qualunque distanza dal livello del fluido si troverà esso immerso , perderà sempre una egual parte del proprio peso . La cosa diversamente succederà , se il fluido farà compressibile . Essendo le parti di un fluido compressibile tanto più dense , quanto più grande si è la loro distanza dal livello del fluido , dovrà il solido immerso perdere maggiore , o minore parte del proprio peso , secondochè

maggiore, o minore sarà la profondità della sua immersione. Quindi si capisce, in qual maniera si possa determinare, se il dato fluido sia compressibile, o no.

153. SCOLIO. Per ritrovare il peso, che un solido perde dentro di un fluido, si deve primieramente sospenderlo con un crine ad un braccio di una esattissima bilancia per averne il suo peso nell'aria. Si attuffi poscia il solido nel dato fluido specificamente più leggiero, e con pari esattezza si determini il peso, ch' esso ha dentro del fluido. Quindi se dal peso, che il solido avea nell'aria, si leverà quello, che ha dentro del fluido, il residuo darà la quantità del peso perduto. Ma per ritrovare accuratamente il peso perduto dal solido immerso, dipendendo da ciò molte operazioni idrostatiche di somma importanza, non bisogna omettere la considerazione del peso, che perde dentro del medesimo fluido la parte immersa del filo; principalmente se il filo fosse poco sottile, e grande la profondità dell' immersione del solido,

154. COROLL. II. Se due solidi dello stesso volume faranno immersi nello stesso fluido, perderanno una egual parte del proprio peso, perdendo tutti due una parte del proprio peso eguale al peso dello stesso fluido sotto il loro eguale volume: Onde se i loro volumi faranno disuguali, i pesi, che perderanno, faranno in ragione de' loro volumi.

155. COROLL. III. Essendo il peso, che perde dentro di un fluido il solido ANCB, eguale al peso di questo sotto il suo volume, si troverà il peso di un piede cubico di un dato fluido, se si noterà il peso, che perde dentro lo stesso un piede cubico di piombo. Nella stessa maniera si potrà ancora ritrovare il peso di un pollice cubico di un dato fluido. Quindi se questo fluido sarà omogeneo, e se di più sarà dato, oppure ritrovato col mezzo della Geometria il suo volume, si ritroverà ancora il suo peso totale, moltiplicando il numero delle libbre di un piede cubico nel numero de' piedi cubici del suo volume. Per esempio il volu-

L 3

mc

me del vino contenuto in una botte sia di 88. piedi cubici : posto il peso di un piede cubico di questo vino di 60. libb. parigine, farà il peso di tutto il vino = 5280.

T E O R E M A II.

Sia il solido ANCB immerso in un fluido omogeneo , e stagnante , la di cui suprema superficie sia , per esempio , nel piano orizzontale DF , e si pongano i centri di gravità sì del solido ANCB , come del fluido , il di cui volume viene occupato dal solido immerso , nella medesima linea verticale: dico

- I. *Che , se la gravità specifica del solido ANCB sarà maggiore di quella del fluido , il solido ANCB discenderà per il fluido con forza eguale all' eccello della sua gravità specifica sopra quella del fluido .*
- II. *Che , se sarà minore , ascenderà per il fluido con forza eguale all' eccello della gravità specifica del fluido sopra quella del solido ANCB .*

II I.

III. *Che, se sarà finalmente eguale, resterà immobile.*

DIMOSTRAZIONE.

156. **L**A forza verticale, dalla quale viene il solido $A\ NCB$ spinto all'ingìù, è eguale alla sua gravità assoluta; la forza poi attollente del fluido, quella cioè, con cui il fluido spinge all'insù il solido $A\ NCB$, è uguale al peso del medesimo fluido compreso sotto il volume del solido (143.). Queste due forze sono tra loro diametralmente opposte, essendo i centri di gravità sì del solido $A\ NCB$, come di quella porzione di fluido, che si comprenderebbe sotto il volume di $A\ NCB$, siccome si suppone, nella medesima retta verticale (142.). Onde se la gravità specifica del solido $A\ NCB$ farà maggiore di quella del fluido, distrutta in tutte due le forze verticali una egual parte, il solido $A\ NCB$ discenderà per il fluido con forza eguale all'eccesso della sua gravità specifica sopra quella del fluido: se minore, ascenderà

L 4

con

con forza eguale all' eccello della gravità specifica del fluido sopra quella del solido : se finalmente , sarà eguale , distrutte tutte due intieramente le forze verticali , il solido *A N C B* refterà immobile; effendo nel 1°. cafo il pefo del solido *A N C B* maggiore della forza attollente del fluido , nel 2°. minore , nel 3°. finalmente eguale . Ciocchè &c.

157. *SCOLIO* . Se il centro di gravità del solido *A N C B* non fi ritrovalfe nella medefima retta verticale col centro di gravità del fluido , che fi comprenderebbe sotto il volume del solido , in ogni cafo il solido *A N C B* dovrebbe ravvolgerfi intorno di se fteffo , finchè il fuo centro di gravità fi metteffe nella medefima linea verticale . Si ponga il solido *A N C B* effere eterogeneo , e il fuo centro di gravità fia nel punto *n* , egli è chiaro , che il solido *A N C B* fi sforzerà con tutto il fuo pefo a difcendere fecondo la direzion verticale *nr* . Ma la forza attollente del fluido fpinge all' infù il solido *A N C B* fecondo la direzione

ne

ne BN parallela a quella della gravità del medesimo solido. Il solido adunque ANCB venendo nel medesimo tempo spinto da due diverse forze secondo le direzioni parallele nr , BN, dovrà ravvolgersi intorno di di se stesso secondo l'ordine delle lettere NABC, finchè il centro di gravità n si ritrovi nella medesima linea verticale con quello del fluido, che si comprenderebbe sotto il volume di ANCB. In questo caso, opponendosi diametralmente tra loro le due forze, il solido ANCB non potrà intorno di se stesso avvolgersi, ma dovrà, o restare immobile, se farà della medesima specifica gravità del fluido, oppure muoversi secondo la direzione della forza maggiore, se farà di diversa gravità specifica.

158. COROLL. I. Se il solido immerso ANCB farà della stessa gravità specifica del fluido, per sostenerlo dentro il medesimo non dovrassi impiegare alcuna forza: se farà di maggiore gravità specifica, si dovrà impiegare una forza eguale all'eccesso della gravità specifica del solido sopra quella
del

del fluido : se farà finalmente di minore gravità specifica , si dovrà impiegare una forza eguale all' eccesso della gravità specifica del fluido sopra quella del solido immerso . Onde , crescendo l' eccesso della gravità specifica del solido sopra quella del fluido , supponendosi diventare più raro il fluido , egli è chiaro , che dovrassi impiegare maggiore forza nel sostentare il medesimo solido in un fluido più raro , che in un altro men raro . Lo stesso deve si dire de' solidi specificamente più leggieri de' fluidi ; in cui sono immersi ; ricercano cioè questi ne' fluidi più densi maggior forza per essere sostentati , che ne' men densi .

159. SCOLIO . La forza necessaria per sostentare un dato corpo dentro di un dato fluido , facilmente si ritrova , data la gravità , e dato il volume del corpo . Sia data , per esempio , una trave di legno del volume di 50. piedi cubici , e del peso di 2000. libbre parigine . Per ritrovare la forza necessaria a sostenerla dentro dell' acqua , si cerchi primieramente (155.) il peso di un
piede

piede cubico di acqua, e farà di 70. libb. parig.: si cerchi poscia colla regola d'oro il peso di un volume di acqua eguale a quello della trave data, e farà il peso di questo volume di acqua $= 3500$. libb. parig. Essendo adunque la gravità specifica della data trave minore di quella del fluido, dovrà la trave ascendere con forza $= 3500 - 2000 = 1500$; e perciò per sostentarla, affinchè non ascenda, la forza dev'essere $= 1500$. libb. parig. Se il peso, ed il volume del solido da sostentarsi non fossero dati, devonfi ritrovare col pesarli, e misurarli.

160. COROLL. II. Se la superiore superficie ANC del solido ANCB specificamente più grave del fluido, in cui giace immerso, non venisse all'ingiù premuta dal fluido superiore, la forza attollente del fluido, posto il suo livello nel piano orizzontale DF, farebbe eguale al peso del medesimo fluido compreso dall'inferiore superficie ABC del solido ANCB, dalla proiezione di questa superficie nel livello DF del fluido, e dalla superficie cilindrica ADFC.

In

In questo caso adunque se la forza attollente fosse maggiore della gravità del solido ANCB, dovrebbe il solido ascendere, benchè specificamente più grave del fluido, con forza eguale all'eccesso della forza attollente del fluido sopra la gravità del solido. Quindi dato un solido comunque grave si potrà fare, che o resti immobile, oppure ascenda in un fluido comunque leggiero, coll' impedire, che il fluido superiore eserciti la sua pressione verticale sopra la superficie ANC del solido ANCB. Imperocchè se il solido si troverà immerso in tale profondità, che la forza attollente del fluido sia eguale alla gravità del solido ANCB, il solido resterà immobile: se si accrescerà la profondità dell' immersione, ascenderà per il fluido.

161. SCOLIO. L' esperimento si fa in questa guisa. Si prenda un cilindro cavo, aperto in tutte due le sue estremità: si applichi alla sua apertura inferiore una lama di piombo della grossezza di $\frac{1}{4}$ di un pollice in modo tale, che la circonferenza di questa lama

— resti

resti esattamente combacciata da quella dell'apertura . Se si sosterrà questa lama con un filo raccomandato al punto di mezzo della sua interna superficie congiunta al cilindro , finchè , immergendo tutto questo composto nell' acqua , si trovi immersa alla profondità di tre pollici , questa lama , lasciato cadere il filo , resterà immobile , essendo in questo caso la forza attollente dell' acqua eguale al peso della lama di piombo . Onde se la profondità dell' immersione del cilindro diventerà maggiore di tre pollici , essendo in questo secondo caso la forza attollente dell' acqua maggiore del peso della lama di piombo , dovrà ella spingere all' insù il cilindro .

162. COROLL. III. Se la superficie inferiore ABC del solido $ANCB$ non venisse all' insù premuta dal fluido inferiore , la pressione , che sosterebbe all' ingiù dal fluido superiore il solido $ANCB$, posto il livello del fluido nel piano orizzontale DF , farebbe eguale al peso del medesimo fluido , compreso dalla superiore superficie ANC del

del solido $ANCB$, dalla proiezione di questa nel livello del fluido DF , e dalla superficie cilindrica $ADFC$. In questo caso il solido $ANCB$, ancorchè fosse specificamente più leggiero del fluido, non potrebbe ascendere, anzi dovrebbe discendere con forza eguale alla somma delle gravità del solido, e del fluido compreso dalla superiore superficie ANC del solido $ANCB$ &c. Non v' ha dunque alcuna maraviglia, se una tavola di legno specificamente più leggiera dell' acqua non ascende per l' acqua, quand' ella è applicata al fondo in modo, che sotto di se non abbia l' acqua premente.

TEOREMA III.

Si concepisca il solido $ANCB$ soprapposto ad un fluido omogeneo, e stagnante in guisa tale, che il suo centro di gravità sia nella medesima verticale col centro di gravità di quel volume di fluido, che occuperebbe il solido $ANCB$, se discendesse: dico,

I. *Che, se il solido $ANCB$ si supporrà di*
mi-

minor gravità specifica del fluido , discenderà , finchè il peso del fluido , che si comprenderebbe sotto il volume della parte immersa , sia eguale al peso di tutto il solido ANCB .

II. *Che , se la gravità specifica del solido ANCB si supporrà eguale a quella del fluido , discenderà , finchè resti totalmente immerso nel fluido , ossia finchè il punto N della suprema superficie ANCB del solido ANCB giaccia nel medesimo piano orizzontale col livello del fluido .*

III. *Che se la gravità specifica del solido si supporrà maggiore di quella del fluido , discenderà sino al fondo .*

DIMOSTRAZIONE.

163. **I**L solido ANCB soprapposto ad un fluido omogeneo , e stagnante deve in vigore della sua gravità discendere , finchè la forza attollente del fluido sia eguale al peso di tutto il solido ; dandosi in questo caso tra la forza verticale della gravità , che spinge all' ingiù il solido ANCB, e tra

e tra quella del fluido, che spinge all' insù il medesimo solido, equilibrio per la loro eguaglianza, ed opposizione. Si ponga adunque il solido $ANCB$ specificamente più leggiero disceso dentro del fluido, cosicchè il peso del fluido, che si comprenderebbe sotto il volume della parte immersa, sia eguale al peso di tutto il solido $ANCB$: farà la forza attollente del fluido eguale al peso del solido $ANCB$, essendo questa eguale al peso del fluido, che si comprenderebbe sotto il volume della parte immersa del solido $ANCB$ (143.). Quindi per l'eguaglianza, e l'opposizione del peso del solido colla forza attollente del fluido non potrà più discendere dentro del fluido. Per la medesima ragione se supporassi il solido $ANBC$ della stessa gravità del fluido disceso, finchè resti totalmente immerso, non potrà più discendere, ma dovrà restare in quiete. La cosa diversamente succederà, se il solido $ANCB$ farà specificamente più grave del fluido. In questo caso, ancorchè il solido sia totalmen-
te

te immerso , la forza attollente del fluido , essendo minore del peso del solido immerso , dovrà cedere alla forza prevalente della gravità del solido $ANCB$; e perciò discendere per il fluido , ne mai potrà fermarsi il solido $ANCB$ dal discendere , finchè non arrivi al fondo , essendo sempre la forza attollente del fluido in qualunque luogo della discesa minore della di lui gravità . Ciocchè &c.

164. COROLL. I. Essendo le gravità specifiche , che hanno due corpi di egual peso assoluto , in ragione inversa de' loro volumi , starà la gravità specifica del fluido a quella del solido galleggiante come tutto il volume del solido $ANCB$ al volume della parte immersa del medesimo solido per l'eguaglianza , che regna tra il peso del solido galleggiante , e quello del fluido , che si comprenderebbe sotto il volume della parte immersa . Onde se si avrà da immergere in un fluido specificamente più leggiero un dato solido , cosicchè galleggiando resti immoto , si dovrà primieramente ricercare

M

le

1e gravità specifiche del dato solido ANCB, e del fluido, in cui dev' essere immerso: poscia dividere con un piano orizzontale il solido ANCB in modo tale, che tutto il volume del solido ANCB sia alla di lui parte RBS come la gravità specifica del fluido a quella del solido ANCB: ritrovare in 3.º luogo i centri di gravità M, m del solido ANCB, e della parte RBS: immergere finalmente il solido nel fluido in guisa tale, che la di lui parte immersa sia RBS. Se, congiunti i centri di gravità M, m colla retta Mm , questa sarà verticale, il solido ANCB dovrà in questa situazione restare immoto.

165. COROLL. II. Se il solido ANCB specificamente più grave del fluido, sopra del quale è collocato, si supponeffe, avanti abbandonarlo a se stesso, acquistar maggior volume, scemandosi la sua gravità specifica in ragione dell' accrescimento del suo volume, potrebbe diventare specificamente più leggero del medesimo fluido, e quindi galleggiare sopra di quel fluido, per

per cui farebbe disceso avanti l'accrescimento del suo volume . Parimente se al solido *A N C B* si concepissero congiunti de' corpi specificamente più leggieri del fluido, sopra del quale viene posto, benchè fosse specificamente più grave, pure tutto il composto del solido *A N C B*, e dei corpi congiunti potrebb' essere meno pesante del fluido sotto il medesimo volume; e perciò galleggiare sopra di questo. Quindi non v' ha maraviglia, se le navi da carico, benchè oltre le merci sieno ancora aggravate dal peso dei cannoni, non restino sommerse, essendo tutto l' aggregato de' legni, che compongono la nave, delle merci, e dei cannoni, che dentro la nave insieme coll' aria si ritrovano, meno grave di un' egual volume di acqua. Le stesso devesi dire degli uomini, i quali, se hanno ai loro piedi, e alle loro mani attaccate delle vesciche piene di aria, stanno a galla dell' acqua: dello scandaglio, che, avendo la corda annessa al piombo specificamente più leggiera dell' acqua del mare, non tocca il fondo dell'

oceano : delle laminette finalmente metalliche , le quali , benchè abbiano le loro particelle specificamente più gravi dell' acqua , con tutto ciò , venendo queste un poco allontanate dai loro contatti , mentre dai colpi di martello vengono i metalli compianati , e ridotti in laminette , e attaccandosi alle loro estremità delle bolle di aria , galleggiano sopra dell' acqua .

166. COROLL. III. Se il solido $ANCB$ fosse specificamente più leggero del fluido , sopra di cui galleggia , soltanto per le varie cavità , che dentro di se racchiude , benchè le sue particelle componenti fossero specificamente più gravi , entrando il fluido nelle sue cavità , e riempiendole , diverrebbe egli specificamente più grave del fluido , e quindi discenderebbe per quello stesso fluido , sopra del quale prima galleggiava . Non v'ha dunque alcuna maraviglia , se la spugna , il pane , il legno , ed altri corpi dopo essere stati per qualche tempo a galla dell' acqua vanno al fondo , e se i metalli stanno a galla delle loro particelle li-
que-

quefatte . S' intende da tutto ciò ancora , in qual modo si possa determinare , se le particelle , che compongono il corpo galleggiante , sieno specificamente più gravi del fluido , sopra del quale galleggia , purchè questo ammetta dentro i suoi pori le particelle del fluido .

C A P O III.

*De' fenomeni dell' immersione de' fluidi
in altri fluidi .*

167. **I**N un vase , qualunque esso siasi , si concepiscano immersi più fluidi di diversa densità : essendo le particelle del fluido più denso di maggiore gravità specifica di quella degli altri fluidi , egli è chiaro , che dovranno tutte portarsi al fondo del vase , e che la suprema superficie del luogo infimo , che occuperanno , dovrà essere orizzontale . Per la medesima ragione ancora tutti gli altri fluidi di diversa densità si dovranno disporre secondo l'ordine delle loro densità in guisa tale , che il

fluido men denso di tutti occupi il luogo supremo , e le supreme superficie de' luoghi , che ciascun fluido occuperà , faranno tutte orizzontali . Se questi fluidi di diversa densità , scosso il vase , che li contiene , perderanno la loro disposizione , facilmente s' intende , che , cessata l' agitazione , dovranno in vigore della loro diversa gravità specifica ricomporsi come prima secondo l' ordine delle densità , che essi hanno .

168. Lo stesso ci dimostra ancora la esperienza , quando le parti de' fluidi mescolati possono in vigore della loro diversa gravità separarsi . Imperocchè s' infondano questi quattro fluidi di diversa gravità specifica , vale a dire , mercurio , olio di tartaro , spirito di vino , e spirito di terebinto nel medesimo vase . Cessato il movimento delle parti si osserva , che tutti questi fluidi occupano i luoghi , che convengono alle loro densità , ossia alle loro gravità specifiche : cioè il mercurio occupa il fondo del vase , sopra del mercurio stà immediatamente l' olio di tartaro , di poi lo spirito di vi-

no ,

no, e finalmente quello di teribinto, appunto come ricercano le loro gravità specifiche. Se si scuote il vase, cessata l'agitazione delle parti, ciascun fluido ripiglia il suo primiero luogo.

169. Ho detto di sopra, *quando le parti de' fluidi mescolati possono in vigore della loro diversa gravità specifica separarsi*. Imperocchè vi sono varie cause fisiche, che si oppongono agli effetti della gravità nella separazione de' fluidi mescolati, e che alcune volte li tolgono affatto, quando cioè queste cause diventano predominanti. Crescendo la resistenza degli sfregamenti in proporzione delle superficie, i liquori mescolati possono essere divisi in così piccioli volumi, che l'uno tocchi l'altro per troppe parti, e che la differenza de' loro pesi, che farebbe la causa della loro disunione, non eguagli lo sfregamento, o per ispiegarci più chiaramente, non equivalga alla difficoltà, che hanno a separarsi. Per questa ragione il vino quasi del pari pesante, che l'acqua, quand'è diviso grandemente

per una discesa impetuosa resta nell' acqua ; come vi si trova ; laddove se per la forma del vase , o per la maniera di versarlo si mettono in opposizione volumi più considerabili , e che abbiano meno di superficie rispetto alla loro solidità , avviene spessissimo , che lo sfregamento cede al peso dell' acqua . Per la ragione pure degli sfregamenti cresciuti con la division delle parti l' olio , ed il vino divengono unguento , il bianco dell' uovo , e la crema sbattuta restano in spuma . Imperocchè l' aria vi è così divisa , e la sua mischianza con questi liquidi è così intima , che la sua leggerezza non basta più per isvilupparla . Aggiungete a queste ragioni due altre cause , che rendono pure difficile la separazione delle parti : 1. la viscosità più , o men grande in un fluido , che in un' altro , ma da cui niuno va esente : 2. l' analogia , che spesso si trova tra due liquori , e che verisimilmente consiste in una certa convenienza di figura , di grandezza , o di superficie . Lo spirito di vino mescolato con dell' acqua non si sepa-

ra più da essa , e l' olio di terebinto , che niente più leggiero si è , non fa già la stessa cosa . Sono quasi tutte parole del Sig. Abate Nollet nella lezione 8^a. della sua Fisica Esperimentale .

170. Si ponga ora il fluido immerso della stessa densità dell' altro fluido , che si contiene nel medesimo vase . Qualunque sia il luogo , ch' egli occupa nel vase , dovrà restare immoto , essendo in questo caso la forza attollente del fluido in tutte le particelle eguale alla loro gravità . Potrà adunque questo fluido occupare o l' infima parte del vase , o la suprema , o qualunque altra a piacere , senza che punto si turbi l' equilibrio . Non si può adunque certamente conchiudere dal vedere due fluidi di diversa specie , uno de' quali occupa la parte suprema del vase , l' altro l' infima , essere il primo men denso del secondo ; potendo in questo caso tutti due avere la medesima densità . Finalmente se questi due fluidi della medesima densità si agiteranno in modo , che si confondano tra di loro , dovranno

vranno, com'è chiaro, cessata la loro agitazione, rimanere ancora confusi, non potendosi le loro particelle separare le une dalle altre per esser tutte egualmente gravi.

171. Se un solido s'immergerà in due, o più fluidi della medesima densità, che si contengono nel medesimo vase, gli stessi fenomeni succederanno, come se il fluido fosse tutto della medesima specie. La cosa diversamente succederebbe, se i fluidi fossero di diversa densità. In questa maniera si potranno determinare i fenomeni dell' solidi ne' fluidi di diversa densità. Sia il solido ANCB (fig. 24.) immerso in un fluido di diversa densità, il di cui livello sia nel piano orizzontale DF. Le rette orizzontali QQ, AC, OO rappresentino i piani orizzontali delle supreme superficie de' luoghi, che vengono occupati da tre fluidi di diversa densità: farà il peso, che perderà il solido ANCB, eguale a quello di questo fluido eterogeneo sotto il volume di ANCB. Data, oppure ritrovata, siccome faremo per insegnare, la gravità specifica de' fluidi
com-

componenti questo fluido eterogeneo, si ritroverà facilmente tutto il peso del fluido eterogeneo sotto il volume di $ANCB$. Imperocchè se la gravità specifica del fluido, in cui è immersa la parte RNS , si chiamerà b , quella, in cui è immersa la parte $RACS$, c , e così quelle degli altri fluidi d , e , farà il peso del fluido eterogeneo sotto il volume di $ANCB = RNS \cdot b + RACS \cdot c + AOOC \cdot d + OBO \cdot e$, essendo il peso, ossia la quantità della materia del fluido contenuto sotto il volume di $RNC = RNC \cdot b$, quella del fluido contenuto sotto $RACS = RACS \cdot c$, quella del fluido contenuto sotto $AOOC = AOOC \cdot d$, quella finalmente del fluido contenuto sotto $OBO = OBO \cdot e$. Ritrovato il peso, che perde il solido $ANCB$ in questo fluido eterogeneo, facilmente si conosceranno ancora gli altri fenomeni della sua immersione.

C A P O IV.

*Della maniera di ritrovare idrostaticamente
le gravità specifiche de' corpi
sì fluidi , come solidi .*

172. **F**RA i varj metodi , che assegnano gl' Idrostatici per ritrovare le gravità specifiche de' corpi , noi esponiamo soltanto quelli , che nella pratica sono sottoposti a minori difficoltà . Qui giova avvertire , che tutto ciò , che si dirà delle gravità specifiche de' corpi sì fluidi , come solidi , deve applicarsi ancora alle loro densità , essendo le densità proporzionali alle gravità specifiche (16.) .

T E O R E M A I.

*Le gravità specifiche di due diversi fluidi
sono come le quantità del peso , che dentro
di essi perde il medesimo solido .*

D I M O S T R A Z I O N E .

173. **S**Iano dati due diversi fluidi B, C ,
le loro gravità specifiche benchè
igno-

ignote si dicano S, s , la gravità assoluta del solido D si dica G , la sua gravità specifica P , le quantità del peso, che il solido D immerso successivamente ne' fluidi B, C perde, si chiamino A, a . Si supponga primieramente il solido D immerso totalmente nel fluido B : essendo le gravità specifiche di due corpi di egual volume proporzionali alle loro gravità assolute (13), ed essendo la gravità assoluta del fluido B sotto il volume del solido D eguale al peso, che perde il solido D dentro il fluido B (150.), sarà la gravità specifica del fluido B alla gravità specifica del solido D , come il peso, che perde il solido D dentro il fluido B alla gravità assoluta del solido D , vale a dire sarà $S : P = A : G$. Nella stessa maniera dimostrerò, che, supponendosi immerso il solido D nel fluido C , sarà $s : P = a : G$, ossia $P : s = G : a$. Quindi *ex æquo ordinate* sarà $S : s = A : a$. Ciocchè &c.

174. SCOLIO. Quando il solido D è specificamente più leggiero de' fluidi B, C ,
cosic.

cosicchè soprapostovi galleggia , le gravità specifiche de' fluidi B , C sono in ragione inversa de' volumi delle parti immerse del solido D . Imperocchè , posto il volume del solido $D = V$, quello della parte immersa nel fluido $B = b$, nel fluido $C = c$, farà $S : P = V : b$, e $s : P = V : c$ (164.) . Onde , essendo $S . b = s . c$, farà ancora $S : s = c : b$, vale a dire le gravità specifiche de' fluidi sono in ragione inversa de' volumi delle parti immerse del medesimo solido galleggiante .

P R O B L E M A I.

Ritrovare idrostaticamente le proporzioni delle gravità specifiche di diversi fluidi .

S O L U Z I O N E .

175. **S**I scielga il solido D di tal natura , che in vigore della sua maggiore gravità specifica possa in ciascun fluido totalmente immergersi senza sciogliersi , e senza ammettere il fluido ne' suoi pori . Si cerchi poscia la quantità del peso , che
perde

perde il solido D in ciascun fluido B, C (153.), e si notino le quantità del peso perduto. La ragione, che passerà tra le quantità del peso perduto, darà quella (173.) delle gravità specifiche de' fluidi B, C. Nello stesso modo si troveranno le gravità specifiche degli altri fluidi E, F, M &c., se il medesimo solido D s' immergerà successivamente in questi fluidi, e si noteranno le quantità del peso perduto dal solido D dentro ciascun fluido. Ciocchè &c.

ESEMPIO. Una certa massa di vetro secondo gli esperimenti del Sig. sGravesande immersa nell'acqua perde del proprio peso 722. grani, immersa nel latte perde 744. grani, immersa nell'olio di terebinto perde 628. grani. Adunque le gravità specifiche dell'acqua, del latte, e dell'olio di terebinto come 722., 744., 628.

176. SCOLIO. L'esattezza del metodo richiede, che, oltre la scelta del solido D, si esamini attentamente, se, durante l'operazione, abbian sempre l'aria, ed i fluidi, in cui deve farsi l'immersione, la
medc-

medesima temperie , variandosi secondo la varietà della temperie il volume de' corpi sì fluidi , come solidi . Vorrebbe quindi il Sig. Abate Nollet nella lezione 8^a. della sua Fisica sperimentale , che invece d'immergere nel fluido un corpo solido di vetro , ficcome si suole praticare , si adoperasse una palla terminata da un tubo capillare , e riempia di mercurio a guisa di un termometro . Con tal mezzo se la temperie del liquore , oppure del solido venisse a cambiarsi , se ne verrebbe avvertito dall'ascesa , o dall'abbassamento del mercurio nel tubo capillare .

P R O B L E M A I I .

*Esporre l' uso dell' Areometro ,
ossia Pesa-liquori .*

S O L U Z I O N E .

177. **L**' Areometro è una macchinetta di vetro composta (fig. 25.) dal sottil tubo cilindrico *A m* diviso in parti eguali , che chiamansi gradi , e dalla sfera cava

B ,

B, che, ristringendosi, termina nella piccola sfera C. In quest' ultima vi si mettono alcune gocce di mercurio, oppure alcuni globetti di piombo, affinchè, immersa la sfera B dell' areometro, il tubo A *m* resti in una situazione perpendicolare alla superficie del fluido. L' uso di questa macchinetta consiste nel farci conoscere, quale dei dati fluidi abbia maggiore o minore gravità specifica. Imperocchè se sovrapposto l' areometro all' acqua del mare discende fino in *m*, all' acqua dolce discende fino in *b*, allo spirito di vino rettificato discende fino in *a*, farà la gravità specifica dell' acqua del mare maggiore di quella dell' acqua dolce, la gravità specifica di questa maggiore di quella dello spirito di vino rettificato (163.). Quindi la maggiore; o minore immersione dell' areometro dinota la minore, o maggiore gravità specifica del fluido, in cui si fa l' immersione. Ciocchè &c.

178. SCOLIO. Quando non si tratta di somma esattezza, può adoperarsi l' areome-

N

tro

tro ancora per ritrovare le proporzioni delle gravità specifiche de' fluidi, purchè sia egli costruito con questo artificio, che c' insegna il Sig. Gravesande ne' suoi elementi di Fisica Newtoniana al num. 1555. Si attacchi all' estremo A dell' areometro un filo, e se ne cerchi il peso della macchina insieme col filo, e sia di 500. grani. Se sovrapposto l' areometro all' acqua discende sino al punto *a*, farà il peso del volume dell' acqua sotto quello della parte immersa $= 500.$ grani (163.). Si appenda ora l' areometro col mezzo del filo ad una bilancia, e nella lance opposta vi si mettano 20. grani, e discenda l' areometro sino al punto *b*, farà in questo caso il peso del volume di acqua sotto quello della parte immersa $bBC = 480.$ grani; e perciò il peso del volume di acqua corrispondente alla parte *ba* del tubo farà di 20. grani. Onde divisa questa parte in venti parti eguali, e continuata la divisione tanto sopra il punto *a*, quanto sotto il punto *b*, ciascun grado valerà un grano, e dal

nu-

numero , che corrisponde all' immersione della macchina, si conoscerà, quant' è il peso del volume del fluido sotto quello della parte immersa della macchina. Per esempio immerso l' areometro nel fluido M discende fino al punto b , vale a dire fino al numero 480. , immerso nel fluido N discende fino al punto m , ossia fino al numero 476. , sarà il peso del fluido M sotto il volume della parte immersa $b m B C$ di 480. grani , quello del fluido N sotto il volume della parte $m B C$ di 476. grani . Quindi s' intende, in qual maniera si possa col mezzo dell' areometro ritrovare le proporzioni delle gravità specifiche de' fluidi . Imperocchè, essendo le gravità specifiche de' fluidi in ragione inversa de' volumi delle parti immerse del medesimo solido galleggiante (174.) , sarà la gravità specifica del fluido M a quella del fluido N , come il volume della parte immersa $m B C$ al volume della parte $b m B C$ dell' areometro, ossia come il volume $m B C$ di acqua al volume $b m B C$ di acqua , ossia

N 2	come
-----	------

come il peso del volume mBC al peso del volume $b mBC$, ossia $= 476 : 480 = \frac{1}{480} : \frac{1}{476}$. Ho detto di sopra, *quando non si tratta di somma esattezza*, essendo l' areometro sottoposto in pratica a non pochi difetti, o si consideri la difficoltà di dividere il tubo in gradi, cosicchè i numeri annessi possano con esattezza esprimere il vero volume della parte sottoposta, o si consideri la quasi impossibilità di ben giudicare del grado di affondamento nel fluido, principalmente perchè certi liquori si applicano più, altri meno al vetro, molti quando lo toccano, si sollevano o più, o meno sopra del loro livello. Quindi, quando si tratta di trovare accuratamente le proporzioni delle gravità specifiche de' fluidi, lasciato da parte l' areometro, si ricorre comunemente al metodo precedente.



TEO.

TEOREMA II.

Le gravità specifiche di due solidi sono in ragion composta dalla diretta delle loro gravità assolute, e dall'inversa de' pesi, che perdono dentro il medesimo fluido.

DIMOSTRAZIONE.

179. **S**IENO dati due solidi B, C, le loro gravità specifiche benchè ignote si dicano S, s, le assolute G, g, le quantità del peso, che ciascun perde dentro il medesimo fluido D specificamente più leggiero, A, a, la gravità finalmente specifica del fluido P. Si ponga primieramente il solido B immerso nel fluido D: essendo la gravità specifica del solido B alla gravità specifica del fluido D come la gravità assoluta del solido B al peso, che perde nel fluido D (150.), sarà $S : P = G : A$. Per la medesima ragione, supponendosi il solido C immerso nel medesimo fluido D, sarà $s : P = g : a$, ossia $P : s = a : g$. Onde, moltiplicati gli antecedenti, ed i conseguenti

N 3

della

della prima proporzione per gli antecedenti, e conseguenti dell' ultima, si avrà $PS : Ps = aG : Ag$, e, divisa la prima ragione di questa proporzione per P , si avrà $S : s = aG : Ag$, vale a dire le gravità specifiche di due solidi sono in ragione composta dalla diretta delle loro gravità assolute, e dall' inversa de' pesi, che perdono dentro il medesimo fluido. Ciochè &c.

180. COROLL. Se $G = g$, sarà, fatta la divisione dell' ultima ragione per G , oppure g , $S : s = a : A$, vale a dire le gravità specifiche di due solidi di egual peso sono in ragione inversa de' pesi, che perdono dentro il medesimo fluido.

PROBLEMA III.

Ritrovare idrostaticamente le proporzioni delle gravità specifiche di diversi solidi.

SOLUZIONE.

181. **S**I pesino i solidi B, C nell' aria, e si notino le loro gravità assolute. Si cerchino poscia i pesi, che ciascun solido

do perde dentro il medesimo fluido D, e si notino. Fatta finalmente la ragione composta dalla diretta delle gravità assolute, e dall' inversa de' pesi perduti nel medesimo fluido, si avrà la ragione delle gravità specifiche de' solidi B, C. Se le gravità assolute de' solidi B, C faranno eguali, si avrà la ragione delle loro gravità specifiche, disponendo semplicemente in ragione inversa i pesi perduti da ciascuno nel medesimo fluido (180.). Nello stesso modo si ritroveranno ancora le proporzioni delle gravità specifiche degli altri solidi. Ciocchè &c.

EsEMPio. Secondo gli esperimenti del Sig. Gravefande 137. grani di oro perdono nell' acqua grani $7 + \frac{1}{4}$, 248. grani di argento perdono nella stessa acqua grani 24. : sarà la gravità specifica dell' oro a quella dell' argento $= 137 \cdot 24 : 248 \cdot 7 + \frac{1}{4} = 1644 : 899$.

182. SCOLIO. Se qualche solido F fosse specificamente più leggiero del fluido D, per ritrovare la quantità del peso, che perde, mentr' è totalmente immerso in

N 4.

que.

questo fluido, bisogna fare l'operazione, che siegue. Si prenda un' altro solido G di tale specifica gravità sopra quella del fluido D, che congiunto col solido F restino tutti due totalmente immersi. Si cerchi poscia il peso, che dentro di questo fluido perde il solo solido G, e si noti. Si pesino poi dentro lo stesso fluido D i solidi G, F uniti assieme, e si noti il peso, che perdono. Finalmente da questo peso si sottragga quello, che dentro il fluido D ha perduto il solo solido G, il residuo darà il peso perduto dall' altro solido F.

ESEMPIO. Il peso assoluto di un pezzo di legno specificamente più leggiero dell' acqua sia di grani 220., il peso, che perde dentro dell' acqua un pezzo di stagno di grani 160., sia di 17. grani, quello, che perde il pezzo di stagno congiunto col pezzo di legno sia di grani 334., farà il peso, che dentro dell' acqua avrà perduto il solo pezzo di legno, $= 334 - 17 = 317$ grani. Onde farà la gravità specifica dello stagno a quello del legno $= 160 . 317 : 220 . 17 = 50720 : 3740 = 2536 : 187$.

C A P O V.

*Delle Tavole delle gravità specifiche ,
e del loro uso .*

183. „ **P**Arechi dotti , sono parole del
Sig. Abate Nollet nella 8^a le-
zione di *Fisica Sperimentale* , si son presa
la briga di esaminare le gravità specifi-
che di un gran] numero di materie così
solide , come fluide , e di ridurle in tavo-
le . Deesi senza dubbio saper lor grado di
tal fatica , di cui ben si conosce la diffi-
coltà , quando si pensa alle attenzioni scrupolo-
se , e al tempo , che forza è di spen-
derne in tali ricerche , quando diventano
necessarie . Ma le loro esperienze per esat-
te , che state sieno , non ci possono servi-
re di regole inappuntabili ; ma riduconsi
all' appresso a poco . Imperocchè gl' indi-
vidui di ciascuna specie variano tra essi ,
quanto alla densità , ne si può dire , che due
diamanti , due pezzi di rame , due goc-
cie di pioggia &c. , sieno perfettamente si-
mili .

mili. Però quando trattasi di sapere appun-
tino la gravità specifica di qualche corpo ,
bisogna metter lui medesimo alla prova ; e
quest'è il solo mezzo di giudicarne . Nel
vero ci han parecchie occasioni , nelle qua-
li è superflua così grande esattezza , ed al-
lora si può riportarsi alle ricerche di un
Fisico valente , ed accurato . Con tal fine ,
ed a tal' uopo noi non abbiamo tralasciato
di qui porre una Tavola ordinata sull' es-
perienze del Musschenbroek , la cui saga-
cità , ed accuratezza sono bastevolmente
note „ .



TAVOLA

DELLE GRAVITA' SPECIFICHE,

CH' HANNO LE MATERIE PIU' COGNITE , E
VOLGARI SI SOLIDE COME FLUIDE .

A	Allume .	1,714.
Bete . 0,550.	Ambra .	1,040.
Aceto di vino. 1,011.	Amianto .	2,91½.
—distillato . 1,030.	Antimonio di	
Acciajo flessibi-	Germania .	4,000.
le, o non tem-	Argento di	
perato . 7,738.	copella .	11,091.
—temperato . 7,404.	Aria .	0,001½.
Acqua comune .	Avorio .	1,825.
di pioggia. 1,000.	Bismut .	9,700.
— distillata. 0,993.	Borrace .	1,720.
— di pozzo . 0,999.	Camfora .	0,995.
— di fiume . 1,009.	Carbone fossil. 1,240.	
— di mare . 1,030.	Cera gialla .	0,995.
— forte . 1,300.	Cinabro natu-	
— regia . 1,234.	rale .	7,300.
Agata d'Inghil-	— artificiale .	8,200.
terra . 2,512.	Corallo rosso .	2,689.
Alabastro . 1,872.	— bianco .	2,500.

Cor-

Corno di bue .	1,840.	— Bosso .	1,030.
— di cervo .	1,875.	Litargirio di	
Cristallo di		oro .	6,000.
Rocca :	2,650.	— di argento .	6,044.
— d' Islanda .	2,720.	Maganese .	3,530.
Diamante . .	3,400.	Marmo nero d'	
Ferro .	7,645.	Italia .	2,704.
Gomma Arab. 1,375.		— bianco d' Ita-	
Granato di Boe-		lia .	2,707.
mia .	4,360.	Mercurio di	
— di Svezia .	3,978.	Germania .	14,000.
Karabe , od am-		— d' Inghil-	
bra gialla .	1,065.	terra .	13,593.
Latte vaccino .	1,030.	Noci di galla .	1,034.
— di capra .	1,009.	Olio di lino .	0,932.
Lavagna .	3,500.	— olive .	0,913.
Legno di Brasi-		— rape .	0,853.
le .	1,030.	— terebinto .	0,792.
— Cedro .	0,613.	— vetriuolo .	1,700.
— Olmo .	0,600.	Oro di copel-	
— Guajaco .	1,337.	la .	19,640.
— Ebano .	1,177.	— di una ghi-	
— Acero .	0,755.	nea .	18,888.
— Frassino .	0,845.	— un ducato .	18,261.
		Osso	

Osso di bue .	1,656.	Scaglie, o gusci	
Pece .	1,150.	di ostrica .	2,092.
Pietra fangui-		Selce .	2,542.
gna .	4,360.	Solfo comune.	1,800.
— calaminare.	5,000.	Spirito di vino	
Pietra focaja		rettificato .	0,866.
opaca .	2,542.	— di trementi-	
— trasparente.	2,641.	na .	0,874.
Piombo d' In-		Stagno puro .	7,320.
ghilterra .	11,325.	— con lega d'In-	
— di Germa-		ghilterra .	7,471.
nia .	11,310.	Talco veneto.	2,780.
Rame di Sve-		Tartaro .	1,849.
zia .	8,784.	Verderame .	1,714.
— del Giapo-		Vetro bianco .	3,150.
ne .	9,000.	— comune .	2,620.
Sale ammonia-		Vino di Borgo-	
co .	1,453.	gna .	0,953.
— Gemma .	1,143.	— delle Cana-	
— Policresto .	2,148.	rie .	1,033.
— Nitro .	1,900.	Vetruolo d' In-	
— di Glauber.	2,246.	ghilterra .	1,880.
Sangue uma-			
no .	1,040.		

184. Le gravità specifiche delle materie, che si contengono in questa Tavola, vengono paragonate colla gravità dell'acqua comune; e per acqua comune si prende quella di pioggia in una mediocre temperie. Si sà dalle osservazioni, che un piede cubico di acqua piovana secondo la misura del Reno ha il peso di 1000. oncie di quella libbra inglese, che si chiama *Avoirdupois*. Adunque se si ritroverà il peso di un piede cubico, per esempio, di acqua di pozzo, e sarà di 999. oncie della stessa libbra, starà la gravità specifica dell'acqua di pioggia a quella dell'acqua di pozzo = $1000 : 999 = \frac{1000}{999} : \frac{999}{999} = 1,000 : 0,999$. Quindi s' intende, in qual maniera il Sig. Muschenbroek abbia composta questa sua Tavola. Nel resto le frazioni decimali, ch' esprimono il valore delle gravità specifiche, si possono ancora, siccom' è chiaro, considerare come numeri intieri significanti il numero delle oncie della libbra *Avoirdupois*, che hanno le materie di questa Tavola sotto il volume di un piede cubi-

cubico . L' oncia di questa libbra contiene 534. grani parigini .

185. Essendo proprietà del freddo il condensare , e del caldo il rarefare i corpi , o sieno questi fluidi , o solidi , facilmente s' intende , che le gravità specifiche de' corpi non possono esser le stesse in ogni tempo , mà devono esser maggiori d' inverno , e minori di state . Il Sig. Eifenschimid ha fatte le seguenti osservazioni sopra i pesi, che hanno le stesse materie sotto il volume di un pollice cubico parigino ne' tempi di state , e d' inverno .

	<i>In tempo di</i>			<i>In tempo d'</i>		
	<i>State .</i>			<i>Inverno .</i>		
Pollice cubico						
parigino .	On.	gros.	gr.	On.	gros.	gr.
di mercurio .	7.	1.	66.	7.	2.	14.
d'olio di vetriolo	o.	7.	59.	o.	7.	71.
d' olio di olive .	o.	4.	53.	si congela .		
di aceto .	o.	5.	15.	o.	5.	21.
di spirito di vino	o.	4.	32.	o.	4.	42.
di latte vaccino .	o.	5.	20.	o.	5.	25.
di latte di capra .	o.	5.	24.	o.	5.	28.
				di		

di orina .	o.	5.	14.	o.	5.	19.
d' acqua di pozzo	o.	5.	11.	o.	5.	14.
di mare	o.	6.	12.	o.	6.	18.
di fiume	o.	5.	10.	o.	5.	13.

P R O B L E M A I.

*Ritrovare idrostaticamente le proporzioni
de' volumi di diversi corpi .*

S O L U Z I O N E .

186. **S**I pesino i dati corpi B , C nell' aria , e si notino le loro gravità assolute . Si cerchino poscia le loro gravità specifiche (175. , 181.) . Essendo i volumi in ragion composta dalla diretta delle masse , e dall' inversa delle densità (10.) , ossia in ragion composta dalla diretta delle gravità assolute , e dall' inversa delle specifiche per la ragione , che passa tra la massa , e la gravità assoluta (11.) , tra la densità , e la gravità specifica (16.) , si avrà la proporzione de' volumi de' corpi B , C , fatta la ragione composta dalla diretta delle loro gravità assolute , e dall' inversa delle loro gravità

gravità specifiche. Nella stessa maniera si ritroveranno ancora le proporzioni de' volumi degli altri corpi D, E, F, &c. Ciocchè &c.

ESEMPIO. Sia da ritrovarsi la proporzione del volume di un dato pezzo d'oro di copella al volume di un pezzo d'argento di copella. Si pesi ciascun pezzo, e sia la gravità assoluta del pezzo d'oro di 2. libbre, quella del pezzo d'argento di 5. libbre. Si cerchi poscia la gravità specifica di ciascuno nella Tavola, e sarà la gravità specifica dell'oro di copella = 19, 640, quella dell'argento = 11, 091. Onde sarà il volume dell'oro al volume dell'argento = 2. 11091 : 5. 19640 = 11091 : 49100.

187. SCOLIO. Se i dati corpi B, C fossero di eguale gravità assoluta, essendo in questo caso i volumi semplicemente in ragione inversa delle densità (10.), ossia delle gravità specifiche, per avere la ragione de' volumi basterebbe disporre secondo la ragione inversa le gravità specifiche ritrovate. Così se i due pezzi d'oro, e d'argento fossero dello stesso peso, la proporzione

O

del

del volume d' oro al volume d' argento farebbe $\equiv 11091 : 19640$.

PROBLEMA II.

Dato il volume di un corpo sotto un dato peso ritrovare il volume di un' altro sotto qualunque peso.

SOLUZIONE.

188. **S**ieno dati i corpi A, B. Il volume del corpo A si dica V, il peso P, la gravità specifica S, farà $V = \frac{P}{S}$.

Parimente chiamato x il volume incognito del corpo B, il peso p, la gravità specifica s, farà $x = \frac{p}{s}$. Adunque se si farà

$$\frac{P}{S} \frac{p}{s} = V : x, \text{ si troverà } x = V \cdot \frac{p}{s} : \frac{P}{S} = \frac{VSp}{Ps}.$$

Ciocchè &c.

ESEMPIO. Il peso del ferro sotto il volume di un pollice cubico parigino è di oncie 5., grossi 7., grani 24. : si dimanda di quanti pollici cubici parigini sia il volume dello

dello stagno puro sotto il peso di 15. libbre parigine? Si riduca primieramente a grani sì il peso del ferro, come dello stagno: farà il peso del ferro $\equiv 2976$. grani, quello dello stagno $\equiv 138240$. grani, essendo una libbra parigina di oncie 16., un'oncia di grossi 8., un grosso di grani 72. . Si cerchino poscia nella Tavola le gravità specifiche del ferro, e dello stagno puro: sarà quella del ferro $\equiv 7,645$. , quella dello stagno puro $\equiv 7,320$. Quindi essendo $V \equiv 1$, $S \equiv 7645$, $p \equiv 138240$, $P \equiv 2976$, $s \equiv 7320$, sostituiti questi valori nella formola ritrovata si avrà $x \equiv 1.7645.138240 \div 2976.7320 = 48 + \frac{8748}{17019}$

pollici cubici parigini.

189. COROLL. I. Quindi ne siegue la soluzione di quest' altro problema: *dato il volume di un corpo ritrovare quello di un' altro sotto lo stesso peso*. Imperocchè, essendo $P \equiv p$, sarà $x \equiv \frac{VS}{s}$.

ESEMPIO. Il volume del marmo nero d'Italia sia di 10. piedi cubici: si dimanda if

volume del ferro sotto il medesimo peso ?
 Si cerchi nella Tavola la gravità specifica
 di ciascun corpo : farà la gravità specifica
 del marmo = 2,704 , quella del ferro =
 7,645 . Onde, essendo $V = 10$, $S = 2704$,
 $s = 7645$, farà $x = \frac{10 \cdot 2704}{7645} = 3 + \frac{821}{1529}$

pieci cubici .

190. COROLL. II. Siegue ancora la soluzione
 di quest' altro : *data la gravità assoluta
 di un corpo sotto un dato volume ritrovare
 la gravità assoluta di un'altro sotto qualun-
 que volume* . Imperocchè essendo in questo
 problema noto il volume del corpo B , ed
 ignoto il suo peso , chiamato il volume di
 questo v , si sostituiscia nella formola $x = \frac{VS p}{P s}$

al luogo di x la lettera v , e al luogo di p
 la lettera x : farà ella ridotta in quest' al-
 tra $v = \frac{VS x}{P s}$; e perciò $x = \frac{P s v}{V S}$.

ESEMPIO . Il peso del mercurio di
 Germania sotto il volume di un pollice cu-
 bico parigino sia di oncie 7 , grossi 1 , gra-
 ni

ni 66 : si dimanda il peso di un piede cubico di vetro comune? Egli è chiaro, che farà $P = 4160$. grani, $v = 1728$ pollici cubici, che si contengono in un piede cubico, $s = 2,600$, $V = 1$ poll. $S = 14,000$; e perciò $x = \frac{4160.2600.1728}{1.14000}$ grani,

Fatta la riduzione de' grani alle libbre parigine, si troverà il peso assoluto di un piede cubico di vetro comune $= 46$. libbre, 1. oncia, 19. grossi, 19. grani in circa.

191. SCOLIO. Dal fin quì detto si comprende, quanto sia grande l' uso delle gravità specifiche de' corpi, ed il comodo della Tavola nella soluzione de' problemi. Tutto ciò vieppiù si comprenderà dalla dottrina del capo seguente.



C A P O V.

*Dell' uso della dottrina dell' immersione
de' corpi nella Nautica , e nella
Vita Civile .*

P R O B L E M A I.

*Data una quantità di materia specificamen-
te più grave di un dato fluido , ritrovare
il volume , che si deve dare al vase da
farfi con questa materia , affinchè possa
galleggiare sopra del dato fluido .*

S O L U Z I O N E .

192. **S**I pesi la data quantità di mate-
ria , e si noti il suo peso . Si cer-
chi poscia il peso del fluido dato sotto il
volume di un piede cubico (155), e si noti
il suo peso . Finalmente si ritrovi il volu-
me del dato fluido sotto il peso della data
quantità di materia specificamente più gra-
ve col mezzo della regola di oro . Quindi
se con quella si farà un vase di tale cavi-
tà , che il suo volume sia maggiore del vo-
lume

lune ritrovato del fluido sotto il peso della data quantità di materia, il vase dovrà galleggiare sopra del fluido (163.). Ciochè &c.

P R O B L E M A II.

Determinare la forza, che deve farsi per immergere dentro dell' acqua la parte (fig. 1.) baab del vase BACD voto.

S O L U Z I O N E.

193. **S**I ponga il vase ABCD soprapposto all'acqua: dovrà esso discendere nell'acqua, finchè il peso dell'acqua, che si comprenderebbe sotto il volume della parte immersa sia eguale a quello di tutto il vase. Si osservi adunque la parte immersa del vase, e si ponga essere la parte *bbbD*: farà il peso di tutto il vase *ABDC* eguale a quello, che avrebbe l'acqua sotto il volume *bbbD*. Onde ne siegue, che per immergere nell'acqua la parte *baab* del vase ABCD si ricerca una forza eguale al peso dell'acqua contenuta sotto il volume

O 4

baab

baab. Imperocchè se fosse immersa nell'acqua tutta la parte *BaaD* del vase, la pressione verticale, che dall'acqua sosterrrebbe all'insù il vase *ABDC* sarebbe eguale al peso dell'acqua compresa sotto il volume *BaaD*. Nella stessa maniera ritroverassi la forza da farsi per immergere in qualunque altro fluido una parte di qualunque altro vase. Ciocchè &c.

P R O B L E M A I I I .

Determinare il giusto peso da mettersi sulle navi da carico.

S O L U Z I O N E .

194. **S**I offervi la parte della carena, che giace al di sopra dell'acqua, quando la nave è vota: se in questa nave si metterà un peso eguale a quello, che ha l'acqua sotto il volume di questa parte della carena, la nave così caricata avrà tutta la sua carena sotto l'acqua (193.). Adunque avendo la nave da carico il giusto suo peso, quando tutta la sua carena giace sotto l'acqua

acqua , questo dev' essere uguale a quello dell' acqua compresa sotto il volume della parte della carena , che giace sopra dell' acqua , mentre la nave è vota . Per ritrovare adunque il peso di questo volume di acqua si prenda primieramente la giusta misura di questa parte della carena : si riduca poscia a piedi cubici , e ritrovato (155.) il peso di un piede cubico di dett' acqua , si moltiplichì in questo il numero dei piedi cubici , il prodotto darà il peso del ricercato volume di acqua , ossia darà il giusto peso da mettersi sulla nave da carico . Ciocchè &c.

195. SCOLIO . Quando si mette il giusto peso sulla nave da carico , bisogna osservare , se il trasporto delle merci debbasi fare per mare , oppure per qualche fiume . Se il trasporto è per mare , il numero de' piedi cubici devesi moltiplicare nel numero delle libbre , che ha l' acqua del mare sotto il volume di un piede cubico . Lo stesso devesi dire , quando il trasporto si fa per qualche fiume , essendo la
gra-

gravità specifica dell'acqua di fiume diversa da quella dell'acqua del mare . Quindi giova avvertire , che le navi , che devono far passaggio dal mare a qualche fiume, o devono essere caricate più leggiermente , oppure avanti , ch' entrino nell' imboccatura del fiume , devono essere in qualche parte alleggerite del proprio peso . Imperocchè essendo l'acqua del mare più grave di quella de' fiumi , ancora la forza attollente dell'acqua del mare sarà maggiore di quella dell'acqua de' fiumi , e siccome la gravità specifica dell'acqua del mare stà a quella dell'acqua de' fiumi $\equiv 1030 : 1009$, così ancorà starà il giusto carico di una nave nelle acque del mare a quello della medesima nave nelle acque de' fiumi $\equiv 1030 : 1009$.



PRO.

P R O B L E M A IV.

*Estrarre idrostaticamente dalle acque
una nave sommersa.*

S O L U Z I O N E.

196. **S**I supponga la nave affondata non avere dell' acqua sotto di se, e sotto de' suoi lati : egli è chiaro, che verrà all' ingiù premuta non solo dalla gravità della materia, ond' ella è composta, e delle merci, che in essa si contengono, ma ancora dalla gravità dell' acqua, che sopra s' appoggia (162.) . Avendo adunque riguardo alla sola pressione, che sostiene all' ingiù la nave affondata, per sollevarla dal fondo, in cui giace, bisogna vincere la somma de' pesi, che hanno la nave, le merci in essa contenute, e l' acqua sopra incumbente. Dissi primieramente *avendo riguardo alla sola pressione &c.* Imperocchè nel calcolare la forza, che deve si impiegare nella estrazione della nave affondata, bisogna avere riguardo ancora alla tenacità del fango, in cui giace infilzata,
al

al peso delle corde, che devono, come vedremo, circondare il corpo della nave &c. Dissi in secondo luogo *per sollevarla dal fondo*. Imperocchè se la nave affondata si supponesse già sollevata dal fondo in modo tale, che sotto di se avesse l'acqua premente, non altro si richiederebbe in questo caso per estrarla dall'acqua, se non di vincere l'eccesso della gravità, che hanno la nave, e le merci insieme coll'acqua contenuta dentro la nave, sopra la gravità di un' egual volume di acqua. Se la nave affondata avesse soltanto sotto i suoi lati l'acqua premente, dai principj già stabiliti si troverebbe con facilità la quantità della pressione, ch'ella sostiene all'inghiù dall'acqua sopraincumbente.

Premesse queste cose ecco in qual maniera si può idrostaticamente cavar fuori dell'acqua la nave affondata. Con grossi canapi si circonda primieramente, e si legghi fortemente la nave sommersa: poscia sopra il sito di questa si uniscano due, o più navi (secondochè maggiore, o minore
farà

farà il peso della nave sommersa) con grosse travi tirate dalle une alle altre loro rispettive sponde, e si riempian queste di acqua in guisa tale, che rimangan quasi del tutto sprofondate. Quindi, attaccati i capi delle corde, che tengono legata la nave sommersa, alle dette travi in modo, che restino tese, e votate le due navi operanti dall'acqua contenuta, queste facendo grandissima forza per venire a galla dell'acqua, tireranno sù ancora la nave affondata. Sollevata essendo dal fondo la nave, facilmente potrà o esser cavata fuori dell'acqua, oppure essere trasportata altrove così immersa nell'acqua per essere poscia estratta in un sito più comodo, gravitando essa all'ingiù in questo caso, come abbiain già detto, con forza soltanto eguale all'eccesso della sua gravità, e di quella delle merci, e dell'acqua contenuta dentro la nave sopra la gravità di un egual volume di acqua. Ciocchè &c.

197. SCOLIO I. Ne' luoghi del mare, che patiscono il flusso, e riflusso, si può praticare

ticare il metodo, che siegue. All'estremità de' canapi, che tengono fortemente legata la nave affondata, si attacchino nel tempo della bassa marea delle botti piene soltanto di aria in guisa tale, che, nuotando queste sopra dell'acqua, restino le loro corde ben tese. Crescendo la marea, ed alzandosi l'acqua, questa dovrà sollevare le botti piene di aria, le quali sollevate venendo a spingere all' insù le corde dovranno ancora col loro sforzo costringere la nave affondata, cui sono attaccate, ad alzarsi, se il numero delle botti sarà proporzionato al bisogno.

198. SCOLIO II. Dal fin qui detto si vede chiaramente, che la difficoltà dell'operazione consiste principalmente nel far passare sotto il corpo della nave affondata le corde: la qual difficoltà cresce massimamente, quando la nave da estrarfi giace infilzata in un fondo di tenace fango, e strettole intorno dalla marea. Finalmente se il mare, nel cui fondo giace la nave sommersa, è molto alto, l'estrazione della
nave

nave dalle acque è impossibile . Quindi il metodo , che abbiamo esposto , vale soltanto per quelle navi , che sono sommerse o in qualche fiume , o in qualche porto , oppure in qualche piccola distanza dal lido del mare , dove cioè il mare non è molto profondo .

199. COROLL. Nella stessa maniera si possono estrarre dall'acqua altri corpi sommersi .

P R O B L E M A V.

Dato il volume della parte immersa nell'acqua di una nave ritrovare il peso di tutta la nave .

S O L U Z I O N E ,

200. **E** Ssendo il peso di tutta la nave galleggiante sopra dell' acqua eguale a quello della medesima acqua sotto il volume della sua parte immersa , ritrovato il peso di un piede cubico di acqua , e ridotto il volume della parte immersa della nave a piedi cubici , se si
mol.

moltiplicherà quello nel numero de' piedi cubici, che si contengono nel volume di detta parte immersa, il prodotto darà il peso di tutta la nave. Ciocchè &c.

ESEMPIO. Sia il volume della parte immersa = 200 piedi cubici parig.: supponendo la nave galleggiante full' acqua di un fiume, farà il suo peso assoluto = 200. 70 = 1400 libb. parig., essendo, come abiam più volte detto, il peso di un piede cubico parig. di acqua dolce = 70 libb. parigine.

201. COROLL. Nella stessa maniera troverassi il peso di qualunque altro solido galleggiante, dato il volume della sua parte immersa.

P R O B L E M A V I.

Dato il peso di una nave ritrovare il volume della parte da immergersi nell' acqua.

S O L U Z I O N E.

202. **L**A nave deve si immergere nell' acqua, finchè tutto il suo peso sia eguale a quello dell' acqua, che si
com-

comprenderebbe sotto il volume della sua parte immersa. Onde il volume della parte della nave da immergersi è uguale al volume dell' acqua sotto il peso della nave. Adunque si cerchi il peso di un piede cubico dell' acqua, in cui devesi immerger la nave (155), e si dica: il peso di un piede cubico di acqua stà al peso della medesima acqua, che si comprenderebbe sotto il volume della parte della nave da immergersi, ossia stà al peso di tutta la nave, come un piede cubico al numero de' piedi cubici, che si contengono nella parte da immergersi; e così si avrà il ricercato volume. Ciocchè &c.

ESEMPIO. Il peso totale della nave sia di 14000. libbre parig.: posto che la nave debba immergersi nell' acqua dolce, farà 70 libb.: $14000 \text{ libb.} = 1 : x$; e perciò x , ossia il volume della parte da immergersi $= 200$ piedi parigini.

203. COROLL. Nella stessa maniera si troverà il volume della parte da immergersi di qualunque altro galleggiante, dato il suo peso.

P.

PRO-

P R O B L E M A VII.

Data una massa di oro provarne idrostaticamente la sua bontà .

S O L U Z I O N E .

204. **E** Ssendo l' oro il metallo più denso di tutti, se nella data massa di oro vi farà mescolata qualche altra materia, essa dovrà sotto lo stesso peso dell' oro puro avere maggiore volume. Adunque si prenda un' altra massa di oro puro, che abbia lo stesso peso della massa data, e s' immergano tutte due le masse nello stesso fluido, e si notino i pesi, che in questo ciascuna perde. Se la data massa perde lo stesso peso, che l' altra massa di oro puro, ella è genuina. Altrimenti è falsificata. (154) Ciocchè &c.

205. **SCOLIO.** Questo problema può sciogliersi ancora col mezzo della Tavola delle gravità specifiche in questo modo. Sia da provarsi la bontà di un dato ducato d' oro. Si cerchi primieramente la sua gravità assoluta, e sia di 60 grani; poscia si cer-

cerchi il peso, che perde dentro dell'acqua piovana, e sia di grani $3 \frac{52}{182}$. Quindi sarà la gravità specifica del ducato d'oro a quella dell'acqua di pioggia $= 60 : 3 \frac{52}{182}$. Si osservi ora nella Tavola la gravità specifica dell'acqua di pioggia, e sarà $= 1000$, e si faccia questa proporzione $3 \frac{52}{182} : 60 = 1000 : x$; e perciò $x = 60000 : 3 \frac{52}{182} = 60000 : \frac{5298}{182} = 18260 \frac{529}{98}$. La gravità specifica adunque del ducato d'oro, posta la gravità specifica dell'acqua piovana di parti 1000, si è $18260 \frac{529}{98}$, il qual numero non essendo sensibilmente diverso da quello, che si ritrova nella Tavola delle gravità specifiche, cioè dal numero 18,261, si deve conchiudere, esser genuino il dato ducato di oro.

206. COROLL. Nello stesso modo si può provare la bontà di qualunque massa.

207. SCOLIO. Queste operazioni idrostatiche ricercano tutta la diligenza dello sperimentatore per non ingannarsi. Oltre ciò, che abbiám detto (176, 183), si noti attentamente, che certe masse possono es-

P. 2.

sere

fere dalla mescolanza delle altre talmente falsificate, che non si conosca in verun modo col mezzo dell' idrostatica la loro falsità. Essendo, per esempio, il piombo specificamente più grave dell' argento, e lo stagno specificamente più leggiero dell' argento, possono essere tra di loro mescolati, cosicchè producano una massa della stessa gravità specifica dell' argento, la qual massa se venisse mescolata coll' argento, non formerebbe ella un argento falsificato, la cui falsità non potrebbe si idrostaticamente scoprire?

P R O B L E M A V I I I .

Data una massa di oro falsificata coll' argento ritrovare la quantità dell' argento mescolato.

S O L U Z I O N E .

208. **S**I prenda una massa di oro puro, un'altra di argento puro, e il peso di ciascuna sia eguale a quello della massa falsificata; e perciò si dica p il peso, che

che ha ciascuna delle tre masse. Si cerchi poi il peso, che dentro lo stesso fluido perde ciascuna di queste tre masse, e sia il peso perduto dalla massa falsificata c , dalla massa di oro puro o , dalla massa di argento puro a . Finalmente il peso dell'oro puro della massa falsificata sia x ; e perciò quello d'argento puro della medesima sarà $= p - x$. Ora, essendo i volumi de' solidi immersi in proporzione col peso, che perdono dentro lo stesso fluido (154), ed essendo i pesi, che hanno i corpi omogenei, proporzionali ai loro volumi, faranno i pesi de' corpi omogenei in ragione del peso, che perdono dentro lo stesso fluido. Onde se si farà questa proporzione: il peso della massa di oro puro a quello dell'oro contenuto nella corona, come la quantità del peso perduto dalla massa di oro puro al quarto termine proporzionale, si troverà la quantità del peso, che dentro il medesimo fluido perde l'oro contenuto nella corona, e sarà ox ,

P 3

 $\overline{p}$
essen-

essendo $p : x = o : \frac{ox}{p}$. Nella stessa manie-

ra facendo $p : p - x = a : \frac{ap - ax}{p}$, si trove-

rà la quantità del peso, che dentro il medesimo fluido perde l'argento contenuto nella corona, $= \frac{ap - ax}{p}$. Quindi essendo

la somma delle quantità del peso perduto dall'oro, e dall'argento componenti la corona eguale alla quantità del peso, che perde dentro lo stesso fluido la corona, si avrà la seguente equazione $c = \frac{ox}{p} + \frac{ap - ax}{p}$;

e perciò $x = \frac{a - c}{a - o} \cdot p$, peso dell'oro con-

tenuto nella corona; e conseguentemente quello dell'argento, essendo $= p - x$, sarà ancora $= p - \frac{a - c}{a - o} \cdot p = \frac{c - o}{a - o} \cdot p$. Cioc-

chè &c.

ESEMPPIO. Sia da sciogliersi il famoso problema della Corona d'oro, che Gierone Re di Siracusa propose ad Archimede. Il peso

so assoluto della Corona sia di 18. libb., il peso perduto da questa nell'acqua $\equiv 1 + \frac{1}{3}$ libb., dalla massa di oro puro $\equiv 1$. libb., dalla massa di argento puro $\equiv 1 + \frac{2}{3}$ libb., si troverà il peso dell'argento mescolato coll'oro $\equiv 12$. libbre.

209. SCOLIO. Nella soluzione di questo problema si è tacitamente supposto, che l'oro, e l'argento mescolati assieme conservassero i volumi, che aveano avanti la loro mescolanza. Questa supposizione non conformasi all'esperienza, da cui consta, che, l'oro, e l'argento mescolandosi insieme, crescono di volume. Onde la soluzione idrostatica di questo problema non ha in buona Fisica tutta l'esattezza, e fa comparire la frode dell'Orefice di Siracusa maggiore del giusto. Chi desiderasse la soluzione fisica, e chimica, può consultare il Chiariss. Sig. D. Paolo Frisi nelle sue *Istituzioni di Meccanica, & Idrostatica &c.* libro III. capo II.



LIBRO IV.
DELL' EQUILIBRIO DE' FLUIDI
COMPRESSIBILI,
E D
ELASTICI.

—♦—
C A P O I.

*Della pressione, e dell' equilibrio de' fluidi
compressibili, ed elastici in generale.*

210.  Bbiam sita .qui supposto il
fluido incompressibile , e
senza elasticità . Ora . per
rintracciare colla maggior' esattezza le leg-
gi della pressione , e dell' equilibrio de'
flui-

fluidi nell'ipotesi, ch'essi sieno compressibili, ed elastici, si concepisca il fluido, che si contiene nel vase $ABDC$ (fig. 26.) privo di gravità, e a ciascun punto della sua suprema superficie orizzontale AD si suppongano applicate perpendicolarmente forze eguali, e sommamente piccole. Se il fluido da queste forze premuto si ridurrà in minore spazio, per esempio, nello spazio $aBCd$ si chiamerà *compressibile*: se, supponendo levate le forze comprimenti, il fluido compresso $aBCd$, si restituirà al suo primiero stato $ABCD$, si dirà *elastico*. Lo sforzo, che fa continuamente il fluido elastico, mentr'è compresso, per recuperare il suo primiero stato di espansione, dicesi *forza elastica*, o semplicemente *elasticità* del fluido.

211. Ora si supponga il fluido, che si contiene nel vase $ABCD$, soltanto compressibile, e prese le parti infinitesime, ed eguali Aa, ab, bm &c. dell'altezza AB del fluido, si conducano i piani orizzontali ad, bc, mn &c., cosicchè tutto il fluido resti
di-

diviso ne' suoi strati infinitesimi, ed eguali $AadD$, $abcd$, $bmnc$ &c. Si concepiscano gravi soltanto le particelle del 1°. strato $AadD$: egli è chiaro, che, venendo dalla gravità del fluido superiore $AadD$ premuto all'ingìù il fluido sottoposto $aBCd$, dovrà questo ridursi a minor volume, dovrà crescere la densità delle sue parti, e la densità di ciascuna particella di questo sarà in ragione del peso della colonna fluida So . Si concepiscan' ora gravi ancora le particelle del 2°. strato $abcd$: il fluido sottoposto $bBCc$ venendo all'ingìù premuto anche dalla gravità di questo, dovrà di nuovo ridursi a minor volume, dovrà di nuovo crescere la densità delle sue parti, e la densità di ciascuna particella del fluido $bBCc$ sarà in ragione del peso della colonna fluida Sr . Si continui lo stesso raziocinio, e si vedrà, che, poste gravi tutte le particelle del fluido compressibile $ABCD$, la densità di ciascuna particella farà sempre in ragione del peso della colonna comprimente. Essendo le altezze degli strati $BggC$, $gmng$, $mbcn$ &c. infinite-

finitefime , si può supporre senza errore sensibile la densità delle particelle , che si contengono nel medesimo strato , uniforme ; e perciò sarà la densità delle particelle dello strato $BggC$ alla densità di quelle dello strato $gmng$ come il peso del fluido $AggD$, che comprime lo strato $BggC$, al peso del fluido $AmnD$, che comprime lo strato $gmng$, in proporzione cioè de' pesi comprimenti.

212. Quindi facilmente si troverà la legge , secondo la quale , salendo dal fondo BC alla suprema superficie AD si scemano le densità degli strati infinitesimi $BggC$, $gmng$, $mbcn$ &c. del fluido compressibile $ABCD$. Imperocchè , le densità essendo uniformi negli strati eguali $BggC$, $gmng$ (211.) , faranno elleno in proporzione della quantità della materia , che vi si contiene (8.) : e perciò sarà la quantità della materia dello strato $BggC$ a quella dello strato $gmng$ come il peso del fluido $AggD$ al peso del fluido $AmnD$, ossia come la quantità della materia di $AggD$ a quella

quella di $AmnD$ (11). Ond', essendo $BggC : gmng = AggD : AmnD$, farà ancora $AggD : BggC = AmnD : gmng$, e quindi componendo $ABCD : BggC = AggD : gmng$. Nella stessa maniera si dimostrerà, essere $AggD : gmng = AmnD : mbcn$, e così di seguito. Quindi s' intende, che le quantità della materia degli spazj $ABCD$, $AggD$, $AmnD$ &c. sono tra loro continuamente proporzionali. Imperocchè, essendo, siccome abbiain di sopra dimostrato, $ABCD : BggC = AggD : gmng$, dev' esser ancora *per conversionem rationis* $ABCD : AggD = AggD : AmnD$: e parimente, essendo $AggD : gmng = AmnD : mbcn$, dev' essere ancora $AggD : AmnD = AmnD : AbcD$, e così di seguito. Le quantità adunque della materia degli spazj $ABCD$, $AggD$, $AmnD$ &c. sono continuamente proporzionali; e perciò ancora le quantità della materia, ossia le densità degli strati eguali $BggC$, $gmng$, $mbcn$ &c., le quali sono, come abbiain provato, proporzionali alle quantità della materia

teria degli spazj $ABCD$, $AggD$, $AbcD$ &c. faranno continuamente proporzionali . Ora le altezze Bg , Bm , Bb &c. degli strati $BggC$, $gmng$, $mbcn$ &c. sopra del fondo BC del vase $ABCD$ crescendo tutte con eguale intervallo costituiscono una continua progressione aritmetica . La legge adunque , secondo la quale , salendo dal fondo del vase $ABCD$ alla supremá superficie del fluido compressibile , si scemano le densità degli strati , si è , che crescendo le altezze Bg , Bm , Bb &c. in continua progressione aritmetica , le densità degli strati corrispondenti $BggC$, $gmng$, $mbcn$ &c. s'abbian da diminuire in progressione continua geometrica .

213. Si ponga ora il fluido $ABCD$, che abbiám supposto soltanto compressibile, elastico ancora : facilmente s'intende , che l'elasticità delle particelle non dovrà in verun modo variare la loro pressione , e densità . Imperocchè , poste le medesime cose precedenti , supponendo gravi soltanto le particelle del primo strato $AadD$, si vede

de chiaramente, che venendo dalla gravità del fluido superiore AaD compresso il fluido sottoposto $aBCd$, tutte le particelle di questo fluido faranno egual forza per recuperare il primiero stato di espansione, e la forza elastica di ciascuna farà in ragione del peso della colonna So . Ma in questo caso ancora la pressione, ancora la densità è in tutte le particelle del fluido sottoposto $aBCd$ eguale, e siegue la ragione del peso della stessa colonna So . La forza elastica adunque, che hanno le particelle del fluido sottoposto $aBCd$, non apporta alcuna varietà alla loro pressione, e densità. Nella stessa maniera si dimostrerà, che, supponendosi ancora gravi le particelle del 2º, del 3º. &c. strato, ossia supponendosi gravi tutte le particelle del fluido, l'elasticità delle parricelle non produrrà alcuna variazione nella loro pressione, e densità, essendo sempre in ciascuna particella del fluido elastico la pressione, e la densità in ragione del peso della colonna fluida, che dal livello del fluido elastico

stico insiste sù di essa, come appunto sarebbe, se il fluido fosse soltanto compressibile. Da ciò, che abbiám detto, ne siegue, che sarà la elasticità del fluido, che si contiene nello strato $BggC$, a quella del fluido, che si contiene nello strato $gmng$ come il peso del fluido $AggD$ a quello del fluido $AmnD$, vale a dire le elasticità degli strati del fluido elastico saranno in ragione de' pesi comprimenti; e che perciò salendo dal fondo del vase $ABCD$ alla suprema superficie AD del fluido elastico, la elasticità degli strati $BggC$, $gmng$ &c. si scemerà colla medesima legge, con cui si scema la loro densità.

214. Si supponga di nuovo il fluido $ABCD$ soltanto compressibile senza veruna elasticità, e dentro di questo si concepisca qualche strato $gmng$. Essendo l'altezza di questo strato infinitesima, si potrà, siccome abbiám già detto (211.), supporre eguale la densità in tutte le particelle del fluido, che in esso si contiene. Quindi supponendo, che la colonna oQ sia della stessa

fa densità del fluido dello strato $gmng$, e dello stesso peso della colonna eterogenea QS , egli è chiaro, che se al luogo del fluido eterogeneo $AmnD$ si concepirà sostituito il fluido omogeneo $amnd$ della medesima densità della colonna Qo , tutte le particelle dello strato $gmng$ resteranno nel loro primiero stato di pressione, essendo il peso della colonna omogenea $amnd$ eguale a quello della colonna eterogenea $AmnD$. In questa ipotesi essendo il fluido $aggd$ omogeneo, tutte le particelle dello strato $gmng$ eserciteranno verso ogni parte la pressione, che ricevono dalla gravità del fluido superiore. Adunque ancora prima esercitavano tutte le particelle dello strato $gmng$ egualmente verso ogni parte la pressione, che ricevevano dalla gravità del fluido eterogeneo superiore $AmnD$, essendo queste nello stesso stato di pressione, ossia nel vase il fluido eterogeneo $AmnD$, ossia il fluido della medesima densità $amnd$. Nella stessa maniera si dimostrerà ancora, che tutte le altre particelle

celle degli altri strati del fluido compressibile esercitano verso ogni parte la pressione, che ricevono dalla gravità del fluido superiore .

215. Le particelle adunque di un fluido compressibile premono , e sono premute egualmente verso ogni parte, e la pressione, che o esercitano, o sostengono verso ogni parte , è uguale al peso della colonna eterogenea , che dal livello del fluido compressibile insiste su di loro perpendicolarmente . Quindi essendo le particelle del fluido compressibile da ogni parte egualmente premute , faranno ancora da ogni parte egualmente compresse ; e perciò se il fluido, oltr' essere compressibile , sarà ancora elastico , da ogni parte si sforzeranno ancora egualmente tutte le sue particelle di recuperare il loro primiero stato di espansione , e lo sforzo , che faranno verso ogni parte , sarà eguale al peso della colonna eterogenea , che dal livello del fluido elastico insiste su di esse perpendicolarmente . Esercitano adunque le particelle inferiori del

Q

flui-

fluido elastico la loro elasticità verso ogni parte egualmente, e questa si è eguale al peso della colonna fluida, che su di loro dal livello del fluido insiste perpendicolarmente.

216. Benchè l' elasticità non accresca, ne diminuisca la pressione delle particelle del fluido, siccome abbiain già detto, può ella però fare, che le particelle del fluido elastico conservino la loro primiera pressione, che non conserverebbero, se il fluido fosse semplicemente compressibile. Imperocchè si concepisca nella sezione mn un piano immobile, che a guisa di coperchio chiuda esattamente la parte $BmnC$ del fluido $ABCD$, e si supponga levato il fluido superiore $AamnD$. Se il fluido $BmnC$ fosse soltanto compressibile, la pressione, che riceverebbe la sezione gg , sarebbe eguale al peso delle fluido $gmng$, essendo le particelle del fluido di questa sezione nello stesso stato di pressione, o vi sia il coperchio mn , o non vi sia. La cosa diversamente succederebbe, se il fluido $BmnC$ fosse

fosse elastico . Non essendo in questo caso mutato lo stato , e la compressione delle sue particelle , queste in vigore della loro elasticità devono esercitare la primiera pressione , e sarà la pressione , che sosterrà la sezione gg , eguale al peso del fluido $gmng$, e al peso del fluido levato $AmnD$, eguale appunto alla pressione , che prima sosteneva .

217. Esercitando le particelle inferiori del fluido elastico egualmente verso ogni parte la pressione , che ricevono dalla gravità del fluido superiore , siccome fanno quelle del fluido incompressibile , si potrà quindi facilmente dimostrare ,

I. Che le particelle del fluido elastico non possono essere stagnanti , se non poste quelle della loro suprema superficie nel medesimo piano orizzontale .

II. Che qualunque sia la superficie del fluido elastico premuta , questa dev' essere in ciascun punto premuta perpendicolarmente , e che la pressione , che sostiene un dato punto , dev' esser' eguale al peso della

Q 2

colon-

colonna fluida, che dalla suprema superficie del fluido elastico insiste perpendicolarmente sulla particella, che cuopr' esattamente il dato punto (77.).

III. Che, decomposte le pressioni perpendicolari nelle orizzontali, e verticali, la pressione orizzontale, che dal fluido elastico sostiene (fig. 31.) il lato infinitesimo AB della curva ACN è uguale al peso della colonna fluida, che dal livello del fluido perpendicolarmente insisterebbe sulla proiezione *ab* del lato infinitesimo AB nel piano verticale *mE*, e che la pressione verticale dello stesso lato AB è uguale al peso della colonna fluida, che dal livello del fluido perpendicolarmente insisterebbe sulla proiezione di AB nel piano orizzontale (111. 112.).

218. Appoggiato a questi principj potrei, se qui volessi calcolare le varie pressioni, che dal fluido elastico sostengono le superficie premute. Ma è superfluo, che mi diffonda in questo calcolo operoso, potendosi anche senza di questo determinare
con

con esattezza la misura delle varie pressio-
ne, che su le superficie de' corpi esercita
l'aria, quel fluido elastico, che principal-
mente merita la nostra attenzione, sicco-
me vedrassi a suo luogo. Basterà adunque
il darne qualche piccola idea di questo cal-
colo. Sia da ritrovarsi la misura della pres-
sione del fondo orizzontale del vase $ABDC$
(fig. 27.) pieno di un fluido elastico. Si
concepisca tutto il fluido decomposto negli
strati infinitesimi $AaaC$, $abba$, $bddb$
&c., cosicchè le altezze Mr , rs , sp &c.
sieno eguali, ed infinitesime: si conduca
poscia la retta ED perpendicolare al fon-
do BD , ed eguale all'altezza MM del flui-
do contenuto nel vase $ABDC$, e si pren-
dano le parti Em , En , Eq &c. eguali
alle parti Mr , Ms , Mp &c. corrispon-
denti.

Potendosi considerare in tutte le parti-
celle del fluido del medesimo strato la den-
sità uniforme, la retta Ee applicata perpen-
dicolarmente al punto E potrà rappresentare
la densità di ciascuna particella del 1.^o strato

Q 3

Aa

AaaC, le rette *mm*, *nn* &c. potranno rappresentare le densità di ciascuna particella degli strati corrispondenti *abba*, *bddb* &c. Quindi essendo la pressione, che sostiene dal fluido la particella *r* del piano, che termina lo strato infinitesimo *AaaC*, uguale al peso della colonna fluida *rM*, ossia eguale al prodotto del volume della colonna *rM* nella sua densità, sarà $rM \cdot Ee = mE$. $Ee = mEe_1$. Parimente la pressione, che sostiene la particella *s*, essendo uguale al peso della colonna eterogenea *sM*, eguale cioè ai pesi di *sr*, e di *rM*, sarà $mEe_1 + mn \cdot mm = mEe_1 + nmm_2$. Nella stessa maniera si proverà esser la pressione della particella *p* $= mEe_1 + nmm_2 + qnn_3$, e così di seguito. Ora, essendo i triangoli *e_1m*, *m_2n*, *n_3q* &c. infinitesimi di ordine secondo, questi considerati relativamente ai rettangoli *mEe_1*, *nmm_2*, *qnn_3* infinitesimi di ordine primo svaniscono, e nulli devonfi riputare; e perciò i rettangoli *mEe_1*, *nmm_2*, *qnn_3* sono eguali ai corrispondenti trapezj *mEem*, *nmmn*, *qnnq* &c.

Ec., e quindi la pressione della particella p farà eguale all' area $q E e q$.

Continuato lo stesso raziocinio si vedrà, esser la pressione, che dal fluido elastico sostiene il punto M del fondo orizzontale BD , eguale all' area $ED O e$, e conseguentemente, essendo ciascun punto del fondo BD egualmente premuto all' ingiù dal fluido, sarà la pressione del fondo BD eguale al prodotto dell' interna superficie del fondo nell' area $ED O e$; e quindi, trovata la quadratura di questa, si avrà la misura della pressione del fondo BD del vase $ABDC$. Questa figura mistilinea, in cui le ordinate esprimono le densità degli strati corrispondenti del fluido $ABDC$, e le ascisse esprimono le distanze di questi dal livello del medesimo dicesi *scala delle densità*. Finalmente all' altezza ED si applichi il rettangolo $EDGF$ eguale all' area $E e OD$: egli è chiaro, che l' ordinata nn rappresenterà la densità *media* del fluido eterogeneo, che si contiene nel vase $ABDC$, quella cioè, che se avessero tutte le

Q 4

sue

sue particelle , farebbero contro del fondo BD la stessa pressione, che prima; e perciò la pressione, che dal fluido eterogeneo sostiene il fondo BD, farà eguale ancora al prodotto del fondo nell' altezza ED del vase ABDC moltiplicata nella densità media del fluido .

C A P O II.

*Della pressione, e dell' equilibrio
dell' aria in particolare .*

219. **L'** Aria circonda d' ogni parte la Terra, sollevandosi sopra sino ad una cert' altezza, non ancora stata dai Matematici esattamente determinata, non ostanti gli sforzi, che hanno eglino fatti per definirla . Pare però, che questa non possa esser minore di 50. miglia d' Italia . L' aria oltre la sua propria sostanza racchiude dentro di se anche l' esalazioni, che tramandano tutti i corpi della Terra sì fluidi, come solidi . Finalmente tutta la massa dell' aria

aria insieme colle esalazioni de' corpi terrestri, che contiene, chiamasi *atmosfera terrestre*, essendo questa, come una sfera di minutissimi atomi, la quale attorno attorno abbraccia il globo della Terra.

220. Le particelle, che compongono l'aria, sono sì piccole, che si nascondono agli occhi più acuti quand' anche sono forniti de' più perfetti microscopj: non hanno fra loro sensibile coerenza, siccome consta dalla quasi nessuna resistenza, che sentiamo, mentre moviamo il nostro corpo: sono finalmente sì mobili, che si muovono, benchè minima sia la forza, che loro s'imprime. Si può adunque conchiudere, che l'aria è un corpo *fluidò*.

221. La *gravità*, e l'*elasticità* dell'aria sono due dogmi della moderna Fisica. Alcuni degli Antichi han conosciuta la gravità dell'aria, benchè non abbiano saputo farne uso nella spiegazione de' fenomeni Aerostatici. L'esperimento, ch' eglino facevano per accertarsi della gravità dell'aria, era questo. Prendevano un vase di collo stretto.

stretto, e lo pesavano: v' introduceano poca molta aria, cosicchè rimanesse pieno di aria molto compressa, e lo pesavano di nuovo. Dal maggior peso, che in questo caso avea il vase, giustamente ne deducevano la gravità dell' aria. Facendo un poco di riflessione su di questo esperimento si può ricavare ancora l' elasticità dell' aria. Imperocchè, aperto il vase, l' esperienza c' insegna, che sorte dal vase l' aria introdotta, ed il peso primiero, che recupera il vase aperto, ci dimostra, che tanto di aria è sortito dal vase aperto, quanto di aria v' era stato introdotto. L' aria dunque dalla forza, che la comprime, si riduce a minore volume, e levata la forza comprimente, si restituisce al volume di prima, e perciò l' aria è compressibile, ed elastica. Ma dopo l' invenzione della Macchina pneumatica, col mezzo della quale si estraе l' aria dai vasi, la gravità, ed elasticità dell' aria è stata dai Fisici moderni con mille esperimenti dimostrata; siccome si può vedere nei volgari corsi di Fisica.

222. **SCOLIO.** Essendo l'aria, che circonda da ogni parte la Terra, un fluido grave, ed elastico, dalla dottrina, che abbiamo stabilita nel capo precedente, si potrà facilmente ricavare la dimostrazione de' seguenti Teoremi.

T E O R E M A I.

223. **Q**ualunque sia l'altezza dell'atmosfera sopra la superficie della Terra, che quì si suppone sferica, l'aria non può essere in equilibrio, se non ha da per tutto eguale altezza sopra la superficie della Terra, ossia se non ha la sua suprema superficie sferica, e concentrica alla Terra.

T E O R E M A II.

224. **D**ivisa l'aria dell'atmosfera in tutti i suoi strati sferici, e concentrici alla Terra, e posta la grossezza di questi eguale, ed infinitesima, tutte le particelle dell'aria poste nel medesimo strato sono egual-

egualmente premute , egualmente dense , egualmente elastiche , e la loro pressione , densità , elasticità si è in ragione del peso comprimente , ossia in ragione del peso della colonna d'aria , che dalla suprema superficie dell'atmosfera insisle perpendicolarmente su una di loro .

T E O R E M A III.

225. **S** *Upponendo costante in tutta l'altezza dell'atmosfera la gravità , la legge , secondo la quale , salendo dalla superficie della Terra alla cima dell'atmosfera , si scemeranno le pressioni , le densità , l'elasticità degli strati , sarà , che , crescendo le altezze degli strati sopra la superficie della Terra in continua progressione aritmetica , elleno si scemeranno in progressione continua geometrica .*

226. **COROLL. I.** *Quindi , discendendo dalla cima dell'atmosfera verso la superficie della Terra , le distanze degli strati dalla cima dell'atmosfera cresceranno in progressione continua aritmetica , le loro pressioni ,*
ni ,

ni, densità, ed elasticità cresceranno in progressione continua geometrica.

227. **SCOLIO.** Se l'altezza di uno strato concentrico alla Terra è molto piccola riguardo a quella dell'atmosfera, si può senza error sensibile in tutte le particelle di questo strato supporre la stessa densità, pressione, ed elasticità; potendosi fisicamente considerare tutte le sue parti egualmente compresse dal peso dell'aria superiore. Quindi si potrà prendere, come sensibilmente uniforme la densità, pressione, ed elasticità dell'aria, che si racchiude o nello stesso vase, oppure in vasi comunicanti.

228. **COROLL. II.** Essendo l'aria inferiore più elastica della superiore, se alle radici di un'alta montagna si prenderà un vase di collo stretto, e, chiuso con esattezza il suo orifizio, si trasporterà alla cima, dovrà, aperto il vase, sortire porzione dell'aria rinchiusa, finchè l'elasticità dell'aria residua sia eguale a quella dell'aria esterna. Onde si ricava la maniera di provare, se l'aria inferiore sia più densa della superiore-

riore, essendo l'elasticità dell'aria proporzionale alla sua densità. Nella stessa maniera s'intenderà, che se vicino alla Terra si aprirà qualche vase o voto di aria, oppure pieno di aria rarefatta, dovrà l'aria esterna in vigore della sua elasticità entrare nel vase, finchè l'aria racchiusa abbia la stessa densità dell'aria esterna.

229. SCOLIO. Questi Teoremi, che sono verissimi in Idrostatica, patiscono in Fisica qualche eccezione, attese le irregolarità, che vengono nell'aria prodotte dalle cause fisiche, per esempio, dalle esalazioni, che tramandano i corpi terrestri, dal caldo, dal freddo &c. Le materie, che si sollevano dalla Terra nell'atmosfera, non essendo della compressibilità, ed elasticità stessa dell'aria, che dentro di se le riceve, rendono l'aria un fluido eterogeneo, composto di particelle diversamente compressibili, ed elastiche. Dal caldo, che rarefa l'aria, dal freddo, che la condensa, le densità degli strati dell'atmosfera si variano talmente, che non si possono con esattezza

za considerare proporzionali al peso comprimente . Parimente il freddo scema l'elasticità dell'aria, l'accresce il caldo, cosicchè si può dire, essere l'elasticità dell'aria in ragione composta della densità, e del caldo . Ma quando si avrà da far' uso di questi Teoremi, non si ometterà la considerazione di queste irregolarità .

C A P O III.

Dell' equilibrio dell' aria col mercurio .

230. **S**I prenda il tubo ER di vetro (fig. 28.), lungo trentadue pollici, avente l'estremità R aperta, e l'altra E ermeticamente chiusa, e si riempia di mercurio purgatissimo . Quando il tubo è pieno affatto di mercurio, si applichi il dito all'estremità R aperta per chiuderla, e quindi, voltato il tubo, s'immerga questa nel vase ACDB quasi pieno di mercurio, e levisi allora il dito . Si osserverà, che il mercurio, lasciando vota la parte superiore QEQ del tubo, resterà sospeso all'altez-

za

za di 28. pollici parigini sopra il livello del mercurio stagnante nel vase ACDB.

231. SCOLIO I: Il tubo ER, che dentro di se contiene sospesa la colonna MQQN di mercurio dell' altezza di 28. pollici sopra la superficie AB del mercurio, che si contiene nel vase ACDB, chiamasi *Torricelliano*, essendo stato autore di questa bella esperienza il celebre Evangelista Torricelli, discepolo di Galileo, e Matematico di Ferdinando II. Granduca di Toscana. I vantaggi, che questa esperienza apportò alle scienze fisiche, sono moltissimi, avendo ella provata invincibilmente la gravità dell'aria, insegnata la maniera di calcolarne la di lei pressione, ed aperta finalmente la strada alla spiegazione di un grandissimo numero di effetti naturali, che prima si attribuivano all' *error del voto*.

232. SCOLIO II. La colonna MQQN di mercurio ha l' altezza di 28. pollici facendo l' esperimento alla riva del mare. Se l' esperimento si facesse in luoghi molto elevati, l' altezza della colonna si trovereb-

verebbe minore di 28. pollici , maggiore poi , se si facesse in luoghi molto più bassi . Quest' altezza del mercurio si varia frequentemente , diventando ora maggiore , ora minore di 28. pollici , cosicchè la differenza , che passa tra la massima , e la minima altezza è di due pollici in circa . Tutto ciò si verifica soltanto ne' luoghi molto distanti dall' Equatore , e dai Poli . Imperocchè si sà dalle osservazioni fatte , che ne' luoghi vicini all' Equatore l' altezza della colonna di mercurio è minore di 28. pollici ; maggiore poi ne' luoghi vicini ai Poli . Lo stesso devesi dire ancora delle variazioni , alle quali è sottoposta l' altezza di detta colonna , essendo egli certo , che la differenza , che passa tra la massima , e minima altezza , oltrepassa i tre pollici ne' paesi polari , quando ne' luoghi prossimi all' Equatore non arriva alle tre linee .



R

TEO-

T E O R E M A I.

La colonna MQQN di mercurio viene sostenuta dentro il tubo Torricelliano ER dalla pressione, che dall'aria sostiene all'ingiù la suprema superficie AB del mercurio contenuto nel vase ACDB.

D I M O S T R A Z I O N E.

233. **L**A parte immersa del tubo Torricelliano sia MR: farà la sezione MN del tubo una parte della superficie orizzontale AB del mercurio di ACDB. Egli è chiaro,

I. Ch', essendo vota di aria la parte superiore QEQ del tubo ER, la sezione MN viene premuta all'ingiù soltanto dal peso della colonna QMNQ di mercurio, e che la pressione, che sostiene all'ingiù ciascuna particella r di MN, è uguale al peso della colonna sr di mercurio, che dalla suprema superficie QQ perpendicolarmente insiste sulla particella r .

II. Che il resto della superficie orizzontale

tale AB viene all'ingiù premuto dal peso della colonna atmosferica sopraincumbente, e che la pressione, che ciascuna particella di AB sostiene all'ingiù dall'aria, è uguale al peso della colonna ov di aria, che dalla suprema superficie dell'atmosfera perpendicolarmente insiste sulla particella v di mercurio.

III. Che i pesi di queste due colonne eterogenee ov , sr sono eguali. Imperocchè, condotto per il mercurio, che si contiene nel vase $ACDB$, il piano orizzontale ab , essendo questo fluido, siccome si suppone stagnante, le pressioni, che sostengono all'ingiù le particelle n , m della sezione orizzontale ab , sono eguali; e perciò eguali i pesi delle colonne on , sm ; e quindi finalmente eguali ancora i pesi delle colonne eterogenee ov , sr per l'uguaglianza de' pesi delle parti nv , mr .

Quindi la pressione, che dall'aria sostiene all'ingiù ciascuna particella della superficie orizzontale AB del mercurio contenuto nel vase $ACDB$, è uguale a quella,

R 2

che

che dalla colonna $MQQN$ di mercurio sostiene all'ingìù ciascuna particella della sezione MN . L'aria dunque, che, premendo all'ingìù colla sua gravità le particelle della superficie AB , impedisce, ch'elieno si alzino, ossia, che discenda la colonna $MQQN$ di mercurio, la sostiene dentro il tubo Torricelliano ER . Ciochè &c.

234. COROLL. I. Se si leverà col mezzo della Macchina Pneumatica l'aria, che preme all'ingìù la suprema superficie AB del mercurio contenuto nel vase $ACDB$, la colonna $MQQN$ dovrà totalmente discendere, cosicchè tutte le particelle di AB si ritrovino nel medesimo piano orizzontale. Parimente se nella parte superiore QEQ del tubo vi si farà qualche foro in modo, che possa entrarvi liberamente l'aria, questa esercitando verso ogni parte egualmente la pressione, che riceve dall'aria esterna, con cui comunica, premerà all'ingìù la superficie QQ della colonna $MQQN$ di mercurio con forza eguale al peso di una colonna d'aria, avente per
base

base la superficie orizzontale QQ , e per altezza la distanza di questa dalla suprema superficie dell'atmosfera, ossia con forza sensibilmente uguale al peso della colonna $MQQN$ di mercurio. Quindi le particelle della superficie AB , le quali sono men premute, che quelle della sezione MN , dovranno sollevarsi, discendendo la colonna $MQQN$ di mercurio, ne potrà mai ristabilirsi il perduto equilibrio tra le particelle del mercurio contenuto nel vase $ACDB$, se non quando farà totalmente discesa la colonna $MQQN$, essendo solamente in questo caso premute egualmente all'ingiù le particelle della superficie AB .

235. COROLL. II. Se nella parte QEQ del tubo ER vi farà rinchiusa qualche porzione di aria, questa come elastica premerà all'ingiù la suprema superficie QQ della colonna $MQQN$ di mercurio, cosicchè, posta la densità dell'aria rinchiusa eguale a quella dell'aria, che circonda prossimamente la Terra, la colonna $MQQN$ comincerà a discendere con forza eguale al

R 3

suo

fuo peso, essendo la forza elastica dell' aria eguale (224.) alla sua pressione, ossia eguale al peso della colonna $MQQN$. Ma poichè l' aria rinchiusa, piucchè discende il mercurio, più si dilata, e perciò più perde di forza, non può ella interamente far discendere la colonna di mercurio. Adunque la colonna $MQQN$ di mercurio dovrà discendere, finchè il peso della parte sospesa insieme coll' elasticità dell' aria dilatata diventi eguale alla pressione dell' aria esterna; e quindi si troverà la forza elastica dell' aria dilatata, se dal peso dell' intera colonna $MQQN$ si leverà il peso del mercurio sospeso dentro il tubo.

236. SCOLIO. Data la quantità dell'aria rinchiusa dentro la parte superiore QEQ del tubo ER , si troverà in questa guisa l'altezza, alla quale resterà sospeso il mercurio. Si ponga l'altezza EN del tubo ER sopra del livello del mercurio contenuto nel vase $ACDB = l$, la quantità dell'aria rinchiusa dentro di $QEQ = q$, l'altezza di 28. pollici, che avrebbe la colonna di mercurio dentro
del

del tubo ER, se fosse vota di aria la parte QEQ, $=a$, l' altezza finalmente incognita, a cui deve stare sospeso il mercurio, essendovi rinchiusa la data quantità di aria, $=x$. Ora da ciò, che abbiamo detto nel capo precedente, facilmente s' intende, che la forza elastica dell' aria è in ragione inversa degli spazj, che occupa, siccome anche consta dall' esperienza. Quindi, essendo lo spazio, che occupa la quantità dell' aria rinchiusa, $=q$, la sua forza elastica $=a$, lo spazio, che occuperà dilatandosi $=l-x$, la forza elastica, ch' ella avrà dilatata in questo spazio, $=a-x$ (235.), si avrà la proporzione, che siegue, $a : a-x :: l-x : q$. Onde, fatti i prodotti de' termini estremi, e medj, farà $aq = al - ax - lx + x^2$, ossia $x^2 - ax - lx = aq - al$, ossia finalmente $x = \frac{l+a}{2} \pm \sqrt{(aq - \frac{1}{2}al + \frac{1}{4}l^2 + \frac{1}{4}a^2)}$.

Si ponga $a=30$, $q=4$, $l=28$: Si troverà $x = 29 - \sqrt{113} = 18 + \frac{1}{2}$ pollici incirca.

237. COROLL. III. Colla mano si sostenga il tubo ER, cosicchè resti immersa nel vase ACDB la parte MR del tubo. Benchè la colonna QN di mercurio sia sostenuta dalla pressione dell'aria contro la superficie AB, ossia benchè non sia sostenuta dalla mano, che sostiene il tubo ER, la mano però oltre il peso del tubo dovrà sentire ancora un peso sensibilmente eguale a quello della colonna QN di mercurio, sostenendo ella la pressione all'ingiù della colonna atmosferica, che si appoggia sulla parte E del tubo, pressione sensibilmente eguale al peso della colonna QN di mercurio. Si estragga ora dal vase ABCD il tubo ER, e si ponga cadere dal tubo insieme col mercurio, che si conteneva nella parte immersa MR, la porzione ancora $qMNq$ della colonna QMNQ, il residuo $qQQq$ sarà spinto all'insù verso l'estremità E con forza eguale alla differenza, che avvi tra il peso della colonna atmosferica, che preme all'insù l'inferiore superficie qq del mercurio residuo, e tra
il

il peso di questo , ossia con forza eguale al peso della parte $MqqN$ della colonna $MQQN$, essendo la pressione della colonna atmosferica , che preme all' insù l' inferiore superficie qq eguale al peso della colonna $MQQN$ di mercurio . Onde dalla forza , con cui urteranno le particelle di QQ nell' estremità E , potrà questa o rompersi , oppure scappare dalle mani il tubo , se mai non fosse cautamente tenuto . Si ponga finalmente non rotta la parte E del tubo , e cessato il movimento del mercurio residuo . La mano , che sostiene questo tubo , sentirà in questo caso oltre il peso del tubo un peso soltanto eguale a quello del mercurio contenuto , venendo la parte E all' insù premuta dall' aria con forza eguale al peso della parte $MqqN$ della colonna $MQQN$ di mercurio , e all' ingiù premuta dall' aria con forza eguale al peso di tutta la colonna $MQQN$, ossia finalmente premuta all' ingiù dall' aria con forza eguale al peso del mercurio contenuto dentro il tubo .

238. COROLL. IV. Si chiuda il vase AC
 DB ,

DB, che contiene il mercurio, con un immobile coperchio, cosicchè l'aria rinchiusa tra la superficie del mercurio, e quella del coperchio non abbia alcuna comunicazione coll'aria esterna. Non mutandosi in questo caso lo stato, e la pressione dell'aria rinchiusa, questa in vigore della sua elasticità dovrà sostenere alla medesima altezza la colonna MQQN di mercurio (216). Nello stesso modo si spiegherà, perchè il mercurio resti sospeso dentro del tubo alla stessa altezza, o abbia, o non abbia la stanza, in cui si ritrova il tubo, comunicazione coll'aria esterna.

239. SCOLIO. Dal fin qui detto s'intende, che la causa della sospensione del mercurio ne' tubi Torricelliani molte volte è la sola gravità dell'aria, alcune volte la sola elasticità. Quando il tubo è esposto all'aria aperta, la causa della sospensione è la sola gravità dell'aria; quando poi è riposto in luogo esattamente chiuso, oppure quando ha il vase esattamente chiuso, la causa si è la sola elasticità dell'aria, se

fi

si prescinde dal piccol peso dell' aria rinchiusa . Quindi si vede , che la sospensione del mercurio non si può ascrivere o alla semplice gravità dell' aria , oppure alla semplice elasticità , principalmente che , se si eccettua il caso già accennato , l'aria eserciterebbe la stessa pressione , ancorchè perdesse la sua elasticità . La causa generale della sospensione del mercurio si idrostatica , che fisica si è la pressione , che dall' aria sostiene la suprema superficie del mercurio del vase ABCD , specialmente potendo questa essere dalle cause fisiche variata in modo , che diventi maggiore , o minore , ancorchè non sia mutata la quantità , e l'elasticità della materia atmosferica , siccome vedrassi a suo luogo .



PRO.

P R O B L E M A

*Ritrovare l' altezza , cui deve l' acqua
restare sospesa dall' aria dentro
di un tubo Torricelliano .*

S O L U Z I O N E .

240. **S**IA la colonna di acqua LK (fig. 29.) della stessa base , e dello stesso peso della colonna di mercurio MQ QN (fig. 28.). Saranno le altezze LK, QN di queste due colonne in ragione inversa delle loro gravità specifiche , essendo le gravità specifiche di due corpi di egual peso , e di egual base in ragione inversa delle altezze de' loro volumi . Quindi , essendo la gravità specifica del mercurio a quella dell' acqua $= 14 : 1$, farà l' altezza della colonna di acqua a quella della colonna di mercurio $= 14 : 1$; e perciò farà l' altezza della colonna di acqua $= 28 \cdot 14$ pollici $= 32 \frac{2}{3}$ piedi , posta l' altezza della colonna di mercurio di poll. 28. . La pressione adunque dell' aria , che sostiene il mercurio

rio all' altezza di 28. poll., fofterrebbe l' acqua dentro di un tubo Torricelliano a quella di $32\frac{2}{3}$ piedi . Ciocchè &c.

241. COROLL. Nella fteffa maniera data, oppure ritrovata la ragione della gravità specifica di qualche altro fluido a quella del mercurio, oppure dell' acqua fi ritroverà l' altezza della fua fofpensione dentro i tubi Torricelliani.

T E O R E M A II.

Il mercurio, che fi contiene (fig. 28.) nel vafe ACDB, fi ponga ftagnante: dico, che fe la preffione dell' aria fopra la fuperficie AB crefcerà, o decrefcerà, dovrà ancora crefcere, o decrefcere l' altezza del mercurio fofpefo dentro del tubo Torricelliano.

D I M O S T R A Z I O N E.

242. **E** Ssendo il mercurio, che fi contiene nel tubo Torricelliano, ficcome fi fuppone ftagnante, farà la preffione, che foftienc ciafcuna particella della fezio-

sezione MN dal mercurio sospeso, eguale a quella, che dall'aria sostiene all'ingiù ciascuna particella della superficie AB. Si ponga ora crescere la pressione dell'aria: le particelle della sezione MN essendo meno premute, che quelle della superficie AB, dovranno moverfi all'insù, ossia dovrà la colonna di mercurio MQQN crescere di altezza, finchè la pressione, che dal mercurio sospeso sostiene all'ingiù ciascuna particella di MN sia eguale a quella, che dall'aria sostengono all'ingiù le particelle della superficie AB. Nello stesso modo s'intenderà, che, scemandosi la pressione dell'aria, dovrà scemarsi ancora l'altezza del mercurio sospeso. Ciocchè &c.

242. SCOLIO. Molte sono le cagioni, che possono accrescere, o scemare la pressione dell'aria. I. La maggiore, o minore quantità delle esalazioni, e de' vapori, che tramandano i corpi solidi, e fluidi. II. I venti. Questi in tre maniere principalmente possono accrescere, o diminuire la pressione atmosferica, o col radunare maggior

gior quantità di aria in un luogo, che in un altro, il che succede, quando i venti spirando da parti opposte rendono l'aria di mezzo più densa; o col trasportare le esalazioni di un luogo in un altro, siccome fanno i venti boreali, che ci portano gran copia di particelle nitrose, o finalmente collo spirare dall'insù all'ingiù, oppure dall'ingiù all'insù. Quando spirano dall'insù all'ingiù, premono l'aria sottoposta con forza proporzionale non solo alla quantità della loro materia, ma eziandio alla quantità della loro velocità; quando poi spirano dall'ingiù all'insù, spingendo essi l'aria all'insù, ne diminuiscono la pressione dell'aria inferiore. III. Il freddo, che, accrescendo la densità dell'aria, obbliga questa a discendere; onde, diminuita la sua forza centrifuga, acquista maggior gravità. IV. Finalmente per lasciarne tant'altre il caldo, il quale benchè scemi la pressione dell'aria, quando questa è già rarefatta, l'accresce però sul principio, accrescendo egli la elasticità dell'aria, che si esercita verso ogni parte.

244. COROLL. I. L' ascensione dunque del mercurio nel tubo Torricelliano dinota l' accrescimento, la discesa il decremento della pressione dell'aria atmosferica. Onde, se il tubo EM (fig. 30.) insieme col suo piccol vafe AB farà immobilmente attaccato ad una tavola di legno, su cui, fatto principio della graduazione dal livello del mercurio contenuto nel vafe AB, sia disegnata una scala, ciascun grado della quale sia di un pollice diviso in dodici linee, si avrà in pollici, ed in linee la quantità dell'ascensione, o della discesa del mercurio sospeso, e quindi la quantità ancora dell' accrescimento, o dello scemamento della pressione atmosferica.

245. SCOLIO. Questo strumento composto dal tubo Torricelliano, e dalla scala de' gradi dell' altezza del mercurio sospeso chiamasi comunemente *Barometro*, e serve a misurare le mutazioni della pressione dell' aria. In vece del tubo EM, e del vafe AB si suole volgarmente attaccare alla tavola di legno un tubo incurvato a guisa di sifone

fone, il di cui braccio minore termina in una sfera cava, che col mezzo di un picciol tubo verticale comunica coll'aria esterna. In questo tubo incurvato l'altezza del mercurio sospeso deveſi computare dalla ſuprema ſuperficie del mercurio contenuto nella ſfera, venendo ſoſtenuta dalla preſſione dell'aria la ſola colonna di mercurio, che giace al di ſopra di queſta ſuperficie. Ma, qualunque ſia la figura del tubo Torricelliano, aſſinchè il barometro poſſa miſurare con eſattezza le variazioni della preſſione atmosferica, dev' eſſere lavorato con attenzioni, nelle quali d' ordinario mancano gli artefici, che li vendono. Biſogna, che il tubo abbia almeno una linea, e mezza di diametro interiormente preſo, ch' eſſo ſia di un vetro ben netto, ben' unito sì di dentro, che di fuori, e in cui fatto non ſi ſia paſſare giammai alcun liquore. Si richiede di più, che il mercurio, oltr' eſſer perfettamente purgato di aria, ſia ſpogliato d' ogni umidità, ed immondezza. Si ricerca in oltre, che il pic-

S

ciol

ciol vafe, che ferve di ricettacolo abbafo del tubo, abbia tale capacità, che la fuperficie del mercurio, ch' effo contiene, refti fenfibilmente alla medefima altezza, mentre quello del tubo fale, o difcende. Si deve finalmente procurare, che la fcala de' gradi fia efattamente divifa. Chi defideraffe di fapere l' efatta coftruzione del barometro Torricelliano, può consultare l' opera dell' Abate Nollet intitolata *l'Arte dell' efperienze*.

246. COROLL. II. Effendo, ficcome c' insegna la efperienza, quafi fempre varia l' altezza del mercurio nel barometro, farà ancora quafi fempre varia la prefione dell' aria atmosferica. Particolarmente effendo maggiore l' altezza del mercurio nel barometro verfo i Poli, che verfo l' Equatore: in tempo fereno, che piovoso: fpirando il vento *Tramontana*, che il vento *Oftro*, ficcome confa dalle offervazioni barometriche, farà ancora maggiore la prefione dell' aria atmosferica verfo i Poli, che verfo l' Equatore, in tempo fereno &c.

247. SCOLIO I. Ma per qual ragione l'aria preme più verso i poli, che verso l'equatore: in tempo sereno, che piovoso: spirando il vento tramontana, che il vento ostro? La soluzione esatta di questo difficilissimo problema spetta alla Fisica. L'Idrostatico appena può lusingarsi di spiegare imperfettamente il secondo fenomeno in questa maniera. In tempo sereno essendo i vapori, che si ritrovano dispersi per l'atmosfera, dall'aria sostenuti, premono all'ingiù con tutto il proprio peso l'aria inferiore, cosicchè la pressione dell'atmosfera, che quindi risulta, equivale ai pesi dall'aria, e de' vapori. Ma in tempo piovoso i vapori, che prima erano sostenuti dall'aria, unendosi fra loro in gocce di acqua, ricadono sotto la forma di pioggia; e perciò premon l'aria sottoposta discendendo con parte soltanto del proprio peso, siccome c' insegnano le leggi idrostatiche. Dissi, che *l'idrostatico appena può lusingarsi di spiegare imperfettamente questo fenomeno*. Imperocchè l'esatta

S 2

spic-

spiegazione non può darsi, se non conoscendo bene le cause fisiche, che concorrono alla formazione della pioggia, e che l'accompagnano. Sarebbe un errore il credere, che l'abbassamento del mercurio nel barometro, che si osserva ne' tempi piovosi, provenisse soltanto dalla causa idrostatica, che abbiám testè accennata, essendo il peso di tutti i vapori, che uniti assieme cadono in tempo di pioggia, troppo piccola cosa per poterlo produrre. Difatti supponiamo, che l'abbassamento del mercurio in tempo piovoso sia soltanto di un mezzo pollice. Essendo la gravità specifica dell' mercurio a quella dell' acqua $= 14:1$, sarebbe lo scemamento della pressione atmosferica $= 7$ pollici di acqua, ch' è quasi la quarta parte della pioggia, che cade in un anno. Ma l'abbassamento del mercurio ne' tempi piovosi oltrepassa molte volte il mezzo pollice, e arriva alcune volte fino al pollice, e più ancora.

248. SCOLIO II. La dottrina fin quì esposta suppone, che il vase del barometro
comu-

comunichi coll'aria esterna . Imperocchè se questo fosse chiuso esattamente , le mutazioni , che succederebbero nell' altezza del mercurio , farebbero soltanto prodotte da quelle della elasticità dell' aria rinchiusa tra la suprema superficie del mercurio , che si contiene nel vase , e tra il coperchio; essendo dall' elasticità di questa soltanto sospesa la colonna di mercurio dentro il tubo . Quindi provenendo le mutazioni dell' elasticità dell' aria rinchiusa o dal caldo , che ne accresce l' elasticità , o dal freddo , che la indebolisce , farebbe questo strumento le veci di un *termometro* , in cui l' ascensione del mercurio dinoterebbe il caldo , la discesa poi il freddo dell' atmosfera .



C A P O IV.

*Dell' uso del Barometro principalmente
nella misura delle altezze .*

249. **Q**Uando il barometro non avesse altr' uso , che quel di misurare la pressione dell' aria , in cui viviamo , meritarebbe egli già la considerazione di qualunque Fisico . Ma oltre quest' uso ne ha degli altri , che lo rendono vieppiù interessante . Il principale tra questi forse si è , che può utilmente adoperarsi per misurare le altezze delle montagne , quando non si tratta di somma esattezza , cioè in quelle occasioni appunto , nelle quali non si può far uso delle misure geometriche , benchè ancora queste , se non si prendono con somma avvedutezza , ci possano far cadere in errori molto sensibili mercè la rifrazione della luce , la quale fa comparire elevata più del giusto la cima delle montagne .

TEO-

T E O R E M A .

Si trasporti il barometro da un luogo in un altro : se il luogo , in cui si trasporta , sarà più elevato , l' altezza del mercurio sarà minore , maggiore poi , se sarà più basso .

D I M O S T R A Z I O N E .

250. **M**Entre si trasporta da un luogo più basso ad un altro più elevato il barometro , la colonna atmosferica , che col suo peso preme all' ingiù la suprema superficie del mercurio contenuto nel vase , diventa sempre di minore altezza , e perciò anche di minor peso . Deve dunque la colonna del mercurio sospeso discendere , finchè la pressione dell' aria sia in equilibrio col resto del mercurio sospeso ; e perciò l' altezza del mercurio nel barometro deve essere minore . Nella stessa maniera s' intenderà , che se il luogo , in cui si farà il trasporto del barometro , sarà più basso , l' altezza del mercurio sospeso dovrà essere maggiore . Ciocchè &c.

251. SCOLIO. Quest' è il metodo , che concepì il Sig. Pascal , quand' ebbe contezza della esperienza del Torricelli , per accertarsi , se la causa della sospensione del mercurio nel barometro fosse la pressione dell' aria , oppur l' orror del voto , siccome credevasi in quel tempo . Egli lo fece poscia eseguire dal suo congiunto il Sig. Perrier , il quale , stando a Clarmont nell' Alvernia , potea opportunamente fare le sue osservazioni sopra la cima dell' alta montagna detta *le Puy de Domme* . Quindi il Sig. Perrier avendo osservato , a quale altezza fosse il mercurio nel barometro alle falde di questa montagna , trovò , che sempre più s' abbassava a misura , ch' egli saliva verso la cima , e per il contrario , che sempre più ascendeva a misura , ch' egli discendeva verso le radici del monte .



P R O B L E M A I.

*Ritrovare l' altezza della colonna d' aria ,
che sostiene una linea di mercurio .*

S O L U Z I O N E .

252. **S**I scelga al lido del mare un luogo perpendicolarmente elevato , ed accessibile , una torre per esempio , di cui si possa facilmente misurare l' altezza perpendicolare , calando nel piano sottoposto una corda , alla cui estremità sia attaccato un corpo pesante .

II. Si procurino poscia due barometri ben preparati , ed affatto eguali , tali cioè , che nel medesimo luogo il mercurio sia sempre in ambedue ad altezze eguali . Si lasci uno di questi barometri ai piedi della torre con un osservatore attento , ch' esamini , se mai succedesse variazione alcuna nell' altezza del mercurio , mentre si porta l' altro barometro verso la cima della torre .

Egli è chiaro , che a misura , che si ascenderà verso la cima della torre , il mercurio
del

del barometro . che seco si porta , dovrà continuamente discendere . Si offervi adunque , quando il mercurio si è abbassato una linea , e si misuri poscia l' altezza del luogo , in cui si fa questo abbassamento , sopra del piano sottoposto , il numero de' piedi di quest' altezza darà l' altezza della colonna di aria , che sostiene una linea di mercurio . Ciochè &c.

253. COROLL. Essendo la pressione dell' aria anche nel medesimo luogo non sempre la stessa in tutti i tempi, le altezze della colonna d' aria , che sostiene una linea di mercurio non potrà essere in ogni tempo la stessa , ma dovrà essere o maggiore , o minore , secondochè minore o maggiore sarà la pressione dell'aria . Parimente l' altezza di questa colonna dev' esser maggiore ne' luoghi molto elevati sopra la superficie della Terra , che ne' luoghi bassi , essendo in quelli l' aria men densa , che in questi (225.) . Quindi quando trattasi di sapere appunto l' altezza della colonna di aria , che corrisponde ad una linea di mercurio , bisogna ritrovarla

varla nel luogo, in cui se ne ha da far uso; senza rimetterfi alle altrui ricerche, quantunque fatte con esattezza.

254. **Scolio.** Quei che si sono applicati a questa ricerca, non s'accordano nell'assegnare l'altezza, alla quale bisogna portare il barometro, perchè discenda una linea di mercurio. La ragione di questa diversità è manifesta: eglino hanno fatto le loro esperienze in diversi tempi, ed in diversi luoghi diversamente elevati. Confrontando fra loro le varie misure, che eglino assegnano, pare, che si possa stabilire, che l'abbassamento di una linea di mercurio nel barometro corrisponda all'altezza di 76. piedi parigini, fatto l'esperimento alla riva del mare. Di questa misura possiam farne uso, quando non si tratta di molta esattezza, oppure quando le circostanze del luogo non ci permettono il ritrovarla. Altrimenti bisogna farne le ricerche, siccome abbiain già avvertito.



PRO-

P R O B L E M A II.

Ritrovare col mezzo del barometro la ragione della gravità specifica del mercurio a quella dell' aria .

S O L U Z I O N E .

255. **S**I porti il barometro alla riva del mare , e sia l' altezza del mercurio di 28. pollici . Si cerchi poscia l' altezza della colonna d'aria, che sostiene una linea di mercurio, e sia di piedi 76. Egli è chiaro .

I. Che il peso di quest' aria compresa (fig. 28.) sotto la base MN , e sotto l' altezza di 76. pi di sarà eguale a quello del mercurio compreso sotto la stessa base , e sotto l' altezza di una linea .

II. Che si può supporre l'aria di questa colonna dappertutto della stessa densità, essendo l' altezza di questa colonna molto piccola riguardo a quella dell' atmosfera (227.) .

Quindi essendo le gravità specifiche di due corpi di egual peso , e di egual base in ragione inversa delle altezze de' loro volumi

lumi , ridotti i piedi 76. in linee , farà la gravità specifica dell' aria nella superficie della Terra alla gravità specifica del mercurio $= 1 : 10944$, essendo 76. piedi $= 10944$ linee . Ciocchè &c.

256. COROLL. La gravità specifica del mercurio si dica S , quella dell' acqua S' , quella finalmente dell' aria s : si avrà in 1°. luogo $S : S' = 14 : 1$ (240.), in 2°. luogo $S : s = 10944 : 1$. Ond' , essendo , fatti in tutte due le proporzioni i prodotti degli estremi , e medj fra loro , $S' . 14 = s . 10944$, si avrà $S' : s = 10944 : 14 = 781 \frac{5}{7} : 1$, vale a dire la ragione della gravità specifica dell'acqua a quella dell' aria si è di $781 \frac{5}{7} : 1$, non molto diversa da quella , che assegnasi nella Tavola delle gravità specifiche , stando in questa la gravità specifica dell' acqua comune a quella dell' aria $= 1,000 : 0,001 \frac{1}{4} = 1000 : 1 \frac{1}{4} = \frac{4000}{4} : \frac{5}{4} = 800 : 1$.



PRO.

P R O B L E M A I I I .

Dato un luogo non molto elevato sopra il livello del mare ritrovare col mezzo del barometro appresso poco la sua elevazione sopra il livello del mare.

S O L U Z I O N E .

257. **P**Oichè il luogo, siccome si suppone, non è molto elevato sopra il livello del mare, si può senza errore di molta considerazione supporre la colonna d'aria, che da questo corrisponderebbe al piano del livello del mare, dappertutto della stessa densità; principalmente che la grande quantità de' vapori grossi, ond'è caricata l'aria in questa bassa regione, rende quasi uniforme la sua densità. Si scielga adunque un giorno sereno, e senza vento, nel qual tempo variasi quasi mai la pressione dell'aria, siccome c' insegnano le osservazioni barometriche. Si procurino poscia due barometri affatto simili, uno de' quali si lasci alla riva del mare con un osservatore.

fervatore attento, che noti l'altezza del mercurio, e osservi diligentemente, se mai nel tempo stabilito dell'osservazione vi succedesse qualche mutazione, e sia quest'altezza di 28. pollici. Si trasporti l'altro barometro, dove cercasi l'elevazione del luogo sopra il livello del mare, e si noti parimente l'altezza del mercurio, e sia questa di 27 pollici, 7 linee. Se nel tempo dell'osservazione non è successa mutazione veruna nell'altezza del mercurio, si moltiplichino le 5. linee di abbassamento del mercurio nel barometro trasportato per 76., il prodotto 380. darà appresso poco in piedi parig. l'elevazione del luogo sopra il livello del mare. Ciocchè &c.

258. SCOLIO. Questo metodo non dà per più ragioni una misura esatta dell'elevazione del luogo sopra il livello del mare. I. Perchè dall'esperienza non è determinata con precisione l'altezza della colonna d'aria, che sostiene una linea di mercurio. Onde, volendo in questa parte procedere con maggiore accuratezza, si deve
ritro-

ritrovare anche l'altezza di questa colonna alla riva del mare nel tempo dell'operazione . II. Perchè si suppone , che la colonna d'aria , che misura l'altezza del luogo sopra il livello del mare , abbia dappertutto la stessa densità . III. Finalmente perchè , durante l'operazione , può accadere qualche cambiamento nella parte dell'atmosfera , che cuopre il luogo , dove si opera . Quindi non possiamo servirci di questo metodo , se non per conoscere appresso poco le altezze de' luoghi .

259. COROLL. Nella stessa maniera si può appresso poco ritrovare l'altezza di una montagna sopra il piano sottoposto , purchè la sua elevazione sopra la superficie del mare non sia grande ,



T E O-

P R O B L E M A I V .

Dati tre luoghi F, G, H (fig. 29.) molto elevati sopra la superficie della terra, e data l'elevazione del luogo più alto F sopra l'infimo H, ritrovare l'elevazione del luogo G sopra dell'infimo H col mezzo del barometro.

S O L U Z I O N E .

260. **P**Oichè i luoghi F, G, H si suppongono tutti tre molto elevati sopra la superficie della Terra, l'elasticità dell'aria di questi luoghi sarà poco turbata dalle esalazioni, che tramandano i corpi terrestri, e dal caldo, che producono i raggi del Sole, essendo in questi l'aria più pura, ed il calore più equabilmente diffuso. Onde si potrà sensibilmente considerare la densità dell'aria in questi luoghi proporzionale al peso comprimente; e perciò, discendendo dalla suprema superficie dell'atmosfera fino al luogo infimo H, le distanze degli strati dell'aria cresceranno

T

ranno in progressione aritmetica, e le loro densità cresceranno in progressione geometrica (226.). Le distanze adunque de' luoghi F, G, H dalla cima dell' atmosfera sono i logaritmi della densità dell' aria in questi luoghi, ossia i logaritmi della pressione dell' aria in questi luoghi, ossia finalmente i logaritmi dell' altezza del mercurio nel barometro trasportato in questi luoghi.

Ora sia LK una colonna d' aria, che dalla cima L dell' atmosfera insiste perpendicolarmente sulla superficie della Terra: la parte FH di questa colonna misuri l' altezza data del luogo F sopra l' infimo H, e la parte GH l' altezza da ritrovarsi del luogo G sopra l' infimo H. Per ritrovare questa si trasporti il barometro EAB (fig. 30.) ne' luoghi H, G, F, e si noti con esattezza l' altezza del mercurio in ciascun luogo, e si ponga l' altezza del mercurio in $H = QM$, in $G = qM$, in $F = pM$. Si cerchino poscia nella Tavola de' logaritmi i logaritmi LF, LG, LH, che corrispondono alle
ritro-

ritrovate altezze del mercurio pM , qM , QM ne' luoghi F , G , H . Si cerchino inoltre la differenza FH de' logaritmi LF , LH , e la differenza HG de' logaritmi LG , LH . Quindi, essendo data, siccome si suppone, la misura dell' altezza FH del luogo F sopra il luogo H , si ritroverà la misura ancora dell' altezza GH del luogo G sopra il luogo H colla regola d' oro, facendo $FG : GH$, come la misura data di FH alla misura da ritrovarsi di GH . Giocchè &c.

ESEMPIO. Sulla cima F del monte Pichincha nel Perù l' altezza del mercurio nel barometro è di pollici 15., linee 11. ossia di linee 191., sulla cima H del monte Carabouron è di pollici 21., linee $2\frac{3}{4}$, ossia di linee $\frac{1019}{4}$, l' elevazione FH finalmente della cima di Pichincha sopra quella di Carabouron è di tese 1208. secondo le osservazioni, e la misura del Sig. Bouguer. Inoltre il Sig. Goudin osservò, che il mercurio stà sospeso all' altezza di pollici 17., linee $10\frac{1}{4}$, ossia di linee $\frac{2145}{4}$, sulla cima G

T 2 del

del monte Chouffay . Dimandasi l' elevazione GH della cima di Chouffay sopra quella di Carabourou? Essendo l' altezza pM del mercurio nel barometro sulla cima F di Pichincha linee 191., sarà il suo logaritmo $LF = 2, 2810334$. Parimente essendo l' altezza QM del mercurio nel barometro sulla cima H di Carabourou linee $\frac{2019}{4}$, sarà il suo logaritmo $LH = 2,4061142$. Quindi, fatta la sottrazione del primo dal secondo logaritmo, si avrà la loro differenza $FH = 0, 1250808$. Finalmente essendo l' altezza qM del mercurio nel barometro sulla cima G di Chouffay linee $\frac{2145}{10}$, sarà il suo logaritmo $LG = 2,3314273$., e perciò, sottratto questo dal logaritmo LH dell' altezza QM sulla cima H di Carabourou, sarà la differenza $GH = 0, 0746869$. Si faccia ora la proporzione, che siegue, $FH : GH$, ossia $1250808 : 746869$ come la misura di FH, ossia 1208. tese al quarto termine proporzionale $722\frac{95}{100}$; questo numero darà in tese la misura della elevazione GH della cima di Chouffay sopra quel-

quella di Carabourou. Nella stessa maniera si troverà esser l' elevazione del Villaggio Alaussy, che giace alla radice del monte Choussay, di tese $24\frac{78}{100}$, essendo in questo luogo l' altezza del mercurio nel barometro pollici 21, linee $1\frac{1}{4}$.

261. SCOLIO. Questi due esempj, che adduce il Ch. P. Cametti nella sua Meccanica de' fluidi, confermano ancora la esattezza della soluzione del proposto Problema, avendo egli osservato, esser le altezze, che abbiain calcolate, sensibilmente eguali a quelle ritrovate da M. Goudin colle sole regole geometriche.

262. COROLL. Se dalla nota elevazione del luogo F sopra il luogo H si leverà l' elevazione ritrovata del luogo G di mezzo sopra il luogo H, si avrà ancora quella del luogo F sopra il luogo G.



C A P O V.

*Della misura della pressione dell'aria
contro qualunque superficie.*

263. **L**E pressioni perpendicolari , che l'aria esercita sulle superficie de' corpi , si risolvono nelle orizzontali , e verticali (217.) . Quando il corpo è circondato in ogni parte dall' aria , le pressioni orizzontali , che sostiene , si distruggono fra loro scambievolmente , essendo elleno opposte , ed eguali . Ma se si leva l'aria , che preme (fig. 31.) la parte A G N del corpo A C N G , siccome si suol fare col mezzo della macchina pneumatica , le pressioni orizzontali , che dall'aria sostiene il resto del corpo , vale a dire la parte A C N , non si distruggono , anzi producono degli effetti degni della considerazione di un Filosofo . Quindi nasce la necessità di calcolare oltre le pressioni perpendicolari , e verticali anche le orizzontali dell'aria .

PRO.

P R O B L E M A I.

Ritrovare la misura della pressione perpendicolare , che dall' aria sostiene la superficie di qualunque corpo .

S O L U Z I O N E .

264. **S**IA dato (fig. 24.) il solido ANCB, e si supponga pendente nell' aria . Egli è chiaro , che l' esterna superficie del solido ANCB viene dall' aria in ciascun punto premuta perpendicolarmente , e che la pressione , che sostiene un dato punto , è uguale al peso della colonna d' aria , che dalla cima dell' atmosfera insiste perpendicolarmente sù quella particella d' aria , ch' esattamente lo cuopre (217) . Quindi si applichi il barometro alle varie parti NR , RA , AO &c. della superficie del solido ANCB , e si osservi , se in ogni parte il mercurio sospeso conserva la medesima altezza . Se la conserva: essendo in questo caso la pressione di tutti i punti della superficie del solido ANCB sensibilmente eguale , si potranno supporre sensibilmente egua-

li i pesi delle colonne atmosferiche AD, NE, CF &c., ch' esprimono le pressioni de' punti A, N, C &c. di ANCB; e perciò farà la pressione della superficie di ANCB eguale al peso di una colonna d'aria avente la base eguale alla superficie di ANCB, e l'altezza eguale a quella dell'atmosfera, ossia eguale al peso di una colonna di mercurio della base eguale alla superficie di ANCB, e dell'altezza eguale a quella, che ha il mercurio nel barometro, ossia finalmente, posta questa di 28. pollici, eguale al peso di una colonna di acqua della base eguale alla superficie di ANCB, e dell'altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi parig.

Se l'altezza del mercurio nel barometro non fosse in tutte le parti NR, RA, AO, OB &c. eguale, (il che succederebbe, se le dimensioni del solido ANCB fossero molto grandi), ritrovata, come prima, separatamente la quantità delle pressioni di ciascuna parte NR, RA &c., la somma di queste darà la quantità totale della pressione della superficie di ANCB. Ciocchè &c.

E S B M.

ESEMPIO. Essendo la superficie del corpo umano di 15. piedi quadrati, farà la pressione, che dall' aria sostiene, posta l'altezza del mercurio nel barometro di 28. pollici, eguale al peso di una colonna di acqua della base di 15. piedi quadr., e dell'altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi. Ora il peso di questa colonna = 34300 libbre parigine, essendo il suo volume = $15. \overline{32 + \frac{2}{3}} = 490$ piedi cubici, il peso di un piede cubico = 70 libbre parigine. Nella stessa maniera si ritroverà, essere la pressione, che tutta la superficie della Terra sostiene dall' aria, posta in ogni luogo della Terra l'altezza del mercurio nel barometro di 28 poll., = $1268596933333333333333 + \frac{2}{3}$ libb. parig., potendosi prendere la superficie terrestre di piedi quadr. 554780000000000.



PRO-

P R O B L E M A II.

Ritrovare la misura della pressione orizzontale, che dall'aria sostiene la superficie di qualunque corpo.

S O L U Z I O N E.

265. **S**I ponga la curva ACN (fig. 31.) della sezione del dato solido decomposta ne' suoi lati infinitesimi AB , BC &c., e dai punti A , B , C &c. si conducano le perpendicolari Aa , Bb , Cc &c. al piano verticale indefinito mE , cosicchè si formino in questo le proiezioni de' lati AB , BC &c. della curva ACN , e dai punti finalmente A , B &c. si conducano alla suprema superficie dell'atmosfera le perpendicolari Am , Bm &c. La pressione orizzontale del lato AB della curva ACN è uguale al peso di una colonna di aria avente per base la proiezione ab del lato AB nel piano verticale mE , e per altezza la retta Am , ossia am (217.). Parimente quella del lato BC è uguale al peso di una colonna d'aria avente per base
 bc ,

bc, e per altezza *bm*, e così discorrendo della pressione orizzontale degli altri lati della curva *ACN*. Quindi, applicato il barometro alle varie parti di *ACN*, se il mercurio sospeso conserva in ogni parte la stessa altezza, si potranno considerare sensibilmente eguali le altezze *am*, *bm* &c. delle colonne d'aria; e perciò sarà la quantità della pressione orizzontale della curva *ACN* eguale al peso di una colonna d'aria della base eguale alla proiezione *aE* della curva *ACN* nel piano verticale *Em*, e dell'altezza eguale a quella dell'atmosfera, ossia, eguale al peso di una colonna di mercurio della base *aE*, e dell'altezza del mercurio nel barometro. Se, applicando il barometro alle varie parti di *ACN*, il mercurio non avesse in ogni parte la stessa altezza, si troverà, come sopra, la pressione orizzontale di ciascuna parte, la somma delle quali darà tutta la pressione orizzontale della curva *ACN*. La dimostrazione ha luogo, ancorchè si consideri *ACN* come parte della superficie del solido *ACNG*. Ciocchè &c.

266. COROLL. Si prolunghino le parallele aA , EN fino al piano verticale Dm : essendo le proiezioni aE , DF delle superficie ACN , AGN del solido $ACNG$ ne' loro piani verticali Em , Dm eguali alla massima sezione verticale AN , farà la pressione orizzontale di ciascuna superficie eguale al peso di una colonna di mercurio della base AN , e dell' altezza del mercurio nel barometro. Quindi la pressione di tutta la superficie del solido $ACNG$, farà eguale al peso di una colonna di mercurio, avente la base eguale al doppio della sezione AN , e l' altezza eguale a quella del mercurio nel barometro. Quindi ancora s' intende, ch' essendo le pressioni orizzontali delle superficie ACN , AGN del solido $ACNG$ eguali, ed opposte fra loro, devonfi scambievolmente distruggere.

ESEMPPIO. Si prendano due emisferi di bronzo interiormente escavati del diametro di due piedi, e dopo averli con esattezza congiunti se ne estraiga l' aria col mezzo della macchina pneumatica. Si dimanda,

da, quanta forza debbasi fare per separare l'uno dall'altro orizzontalmente? I due emisferi non si attaccano insieme, quando l'aria, che vi si trova rinchiusa, ha la stessa densità dell'aria esterna, essendo lo sforzo, ch'ella fa in vigore della sua elasticità per dilatarsi, e per disgiungere questi due emisferi, che le fann'ostacolo, affatto eguale a quello dell'aria, che esteriormente li preme. Ma quando quest'aria interna è levata dall'azione della macchina pneumatica, restano i due emisferi fra loro congiunti dalla pressione dell'aria esterna, e non possono orizzontalmente disgiungersi, se non si vince la loro pressione orizzontale, la qual' è in ciascun' emisfero eguale al peso di una colonna d'acqua, avente per base il loro cerchio massimo, e per altezza $32\frac{2}{3}$ piedi (266.) . Fatto adunque il calcolo si troverà, esser il valore della pressione orizzontale, che dall'aria sostiene ciascun dei due emisferi, $= 7186\frac{2}{3}$ libbre parigine, essendo, posta la ragione del diametro alla circonferenza di

di $7 : 22$, il loro cerchio massimo $\equiv 3 \frac{1}{2}$ piedi quadr., il volume della colonna d'acqua $\equiv 3 \frac{1}{2} \cdot 32 \frac{1}{2} = 102 \frac{1}{2}$ piedi cubici, il peso finalmente di questa colonna $\equiv 102 \frac{1}{2} \cdot 70 = 7186 \frac{1}{2}$ libb. parig. . Quest'è appresso poco il valore della pressione orizzontale, che dall'aria sosteneva ciascun dei due celebri emisferi di Ottone de Guerike, Consolo di Magdeburgo, Autore di questa bella esperienza. Onde non v'ha maraviglia, se non sono stati disgiunti dalla forza di sedici cavalli, otto de' quali traevano dall'una parte, otto direttamente dall'altra.

PROBLEMA III.

Ritrovare la misura della pressione verticale, che dall'aria sostiene la superficie di qualunque corpo.

S O L U Z I O N E .

267. **S**IA dato il solido ACNG, la di cui massima sezione orizzontale sia il piano CG. Fatta quasi la stessa operazione del Problema precedente si troverà, posta l'altezza del mercurio nel barometro di

28. pollici , esser la pressione verticale della superficie CAG del solido $ACNG$ eguale al peso di una colonna di mercurio avente per base la proiezione della superficie CAG in un piano orizzontale, e per altezza quella, che ha il mercurio nel barometro; essendo la pressione verticale di ciascun lato infinitesimo AB della curva CAG eguale al peso di una colonna d'aria della base eguale alla proiezione mm del lato AB nella suprema superficie dell'atmosfera, e dell'altezza eguale alla distanza Am di AB dalla medesima. Ciò ha luogo nella supposizione, che applicando il barometro alle varie parti della superficie CAG , il mercurio conservi sempre la medesima altezza. Se la mutasse, la somma delle pressioni verticali delle parti darà tutta la pressione verticale della superficie CAG . Nella stessa maniera si troverà la pressione verticale ancora della superficie inferiore CNG . Ciochè &c.

268. COROLL. Essendo la proiezione della superficie CAG nella suprema superficie

ficie dell'atmosfera eguale al piano orizzontale CG sottoposto, la pressione verticale della superficie CAG farà ancora eguale al peso della colonna di mercurio, che, avendo l'altezza del mercurio nel barometro, insisterebbe perpendicolarmente sul piano orizzontale CG. Per la medesima ragione la pressione verticale dell'inferiore superficie CNG farà eguale al peso della colonna di mercurio che, sul medesimo piano perpendicolarmente insistendo, avesse l'altezza del mercurio nel barometro. Quindi le loro pressioni verticali sarebbero in ragione delle altezze del mercurio nel barometro, e, poste queste sensibilmente eguali, anche le pressioni verticali della superiore, ed inferiore superficie del solido ACNG sarebbero sensibilmente eguali.

ESEMPPIO. Si dimanda la forza, con cui viene dalla pressione dell'aria esterna attaccata la campana al piatto della macchina pneumatica dopo l'estrazione dell'aria rinchiusa, posto il diametro del suo cerchio massimo di un piede? Sarà questa = $1796\frac{2}{3}$ libb. parig. 269.

269. SCOLIO. Se si volesse ritrovare con maggior' esattezza la quantità della pressione verticale, che dall'aria sostiene una superficie, bisogna procedere in questo modo. Sia data la superficie ANC (fig. 24.): egli è chiaro, che se da ciascun punto di questa si supporran condotte alla suprema superficie dell'atmosfera le perpendicolari AD, NE, CF, cosicchè si formi la proiezione DF della superficie ANC nel piano del livello dell'aria, farà la pressione, che sostiene all'ingìù dall'aria la superficie ANC, eguale al peso dell'aria compresa dalla superficie ANC, dalla proiezione di questa nel piano del livello dell'aria, e dalla superficie cilindrica ADCF. Ora questo peso è uguale a quello della colonna d'aria, che dalla superficie suprema dell'atmosfera insiste perpendicolarmente sulla superficie orizzontale AC, che giace sotto la superficie ANC, meno il peso dell'aria, che si comprenderebbe sotto il volume di ANC. Quindi se si leverà questo peso da quello della colonna, il residuo

V

fiduo

fiduo darà la pressione verticale della superficie ANC. Nel resto se lo spazio, che si comprende tra la superficie ANC, e tra il piano orizzontale sottoposto AC, non è molto grande, si può prendere, siccome abbiain detto, per misura della pressione verticale di ANC quella della pressione di AC, essendo appresso poco il peso di un piede cubico di aria eguale ad un'oncia, ed una dramma.

C A P O VI.

Dell' equilibrio dell' aria coll' acqua, e de' fenomeni, che ne derivano.

270. **I**L Sifone è un tubo cilindrico curvo di due gambe di diversa altezza. Tale si è il tubo *mMO* (fig. 33.), in cui la gamba *MO* ha maggior' altezza dell' altra *mM*. Questo strumento serve per attignere i fluidi dai vasi, e specialmente si adopera per attignerli chiari, e limpidi, attraendo egli, come si vedrà, i fluidi per la loro superficie, senza, che vi sia bi-

bisogno di moverne i vasi, mezzo il più sicuro per cavare senza feccia i vini, i rosolj &c. Quindi è, che il sifone è molto in uso nelle cantine, nè laboratorj chimici &c.

271. La *firinga* è uno strumento, col quale si attrae, e si schizza un fluido. Tre sono le parti, che la compongono, vale a dire (fig. 34.) il tubo cilindrico AB della stessa capacità in ogni parte: il tubo Bs, che, continuamente impiccolendosi, forma lo stretto orifizio *s* della firinga: lo stantuffo finalmente *c* formato di varj cerchi di cuojo ingrassati di olio, oppure di sovero coperto di pelle, che riempie con tale esattezza la cavità del cilindro, che non premette il passaggio ne all' aria, ne al fluido attratto. Lo stantuffo si move dall'ingìù all'insù, e dall'insù all'ingìù dentro il cilindro cavo col mezzo del manico *d*. Le firinghe, come ciascun sà, sono di grandissimo uso nella Medicina, e nella Chirurgia.

272. La *tromba*, che si chiama *aspiran-*

te, ossia *succiante* per distinguerla dalle *trombe prementi*, e che si adopera per attingere dai luoghi profondi l'acqua, non è molto dissimile dalla siringa. Questa macchina (fig. 35.) è composta dai due tubi cilindrici di disuguale grossezza QCB L, EAK congiunti fra di loro, il primo de' quali nominasi propriamente *tromba*, l'altro, che s'immerge nell'acqua, dicesi *aspirante*. Nel piano della loro congiunzione avvi la valvula E lavorata con tale artificio, che non si apre, se non quando viene spinta dall'ingìù all'insù. Dentro la tromba si ritrova lo stantuffo F, che riempie sì bene la di lei cavità, che impedisce, che passi l'aria della cavità superiore della tromba nell'inferiore. Lo stantuffo è attaccato al manico di ferro FX, che per mezzo di un vette si alza, e si abbassa. Nella massima elevazione la sua base giace nel piano orizzontale TS, e nella sua massima depressione giace nel piano IH, cosicchè percorre sempre lo stesso spazio TI, o discenda, o salga. Nel mezzo del-

lo stantuffo avvi un foro, che di sopra si chiude con una valvula lavorata collo stesso artificio della valvula E. La distanza del piano TS, in cui giace la base dello stantuffo nella sua massima elevazione, dal livello dell' acqua MN non può essere maggiore di piedi $32 + \frac{2}{3}$, posta l' altezza del mercurio nel barometro di pollici 28. Finalmente la cavità, che giace al di sopra di questo piano, chiamasi il *ricettacolo* della tromba, in cui avvi il canale O, da cui forte l' acqua attinta.

T E O R E M A I.

Sia immersa nell' acqua, che si contiene (fig. 32.) nel vase ABCD, l' estremità m del tubo Mm, ed, applicata la bocca all' altra estremità M, se ne succhi l' aria: dico, che dalla pressione, che sostiene all' ingiù dall' aria la suprema superficie AB dell' acqua, sarà l' acqua costretta a salir dentro del tubo Mm.

D I M O S T R A Z I O N E.

273. **Q**Uando da qualche vase se ne succhia l' aria contenuta, si dilatano

tano in maggiore spazio le cavità della bocca, e del petto, restando nello stesso tempo tolta la comunicazione delle narici colla cavità della bocca. Onde, rarefatta l'aria della bocca, e de' polmoni, l'aria, che si contiene nel vase, essendo più densa, e perciò più elastica, devesi spandere nelle loro interne cavità, finchè ella acquisti dappertutto la stessa rarità, oppure elasticità. Quindi, posta la parte Rm del tubo Mm immersa nell'acqua contenuta nel vase $ABCD$, cosicchè la sezione Rr del tubo sia parte della superficie orizzontale AB , e fucchiata l'aria del tubo Mm , essendo la sezione Rr men premuta dall'aria residua dentro del tubo, che la superficie AB dell'acqua dall'aria esterna, l'acqua sarà costretta a salire dentro del tubo, finchè il peso della colonna di acqua sollevata insieme colla elasticità dell'aria residua sia in equilibrio colla pressione, che dall'aria sostiene all'ingiù la suprema superficie AB dell'acqua, che si contiene nel vase $ABCD$. Ciochè &c.

274. COROLL. Se in qualche parte del tubo, da cui si succhia l'aria, vi farà qualche piccol foro, per cui possa liberamente entrar l'aria, qualunque sia il succhiamento, l'acqua non potrà salir dentro il tubo, entrandovi nel tubo tanto di aria per il foro, quanto dal medesimo se ne leva col succhiamento. Lo stesso deve si dire, supponendo o levata col mezzo della macchina pneumatica l'aria, che preme all'ingìù la superficie AB dell'acqua, in cui giace immersa la parte Rm del tubo Mm, o tolta la comunicazione dell'acqua rinchiusa dentro del tubo colla pressione dell'aria esterna; il che succede, quando il tubo, da cui si succhia l'aria, è chiuso ermeticamente nell'altra estremità. In questo caso l'acqua, che riempie la metà del tubo, non potrà mai inalzarsi, qualunque forza si faccia succhiando. Finalmente, posta l'altezza del mercurio nel barometro di 28 pollici, l'acqua non potrà salire dentro del tubo, da cui si succhia l'aria, a maggiore altezza di $32 + \frac{2}{3}$ piedi.

275. **SCOLIO.** Nel determinare la quantità dell' ascensione dell' acqua dentro un tubo voto di aria , bisogna sempre avere riguardo all' attuale altezza del mercurio nel barometro , non essendo , siccome abbiám detto , in tutti i tempi , e luoghi eguale la pressione dell' aria . Determinata l' ascensione dell' acqua facilmente si ritroverà ancora quella di qualunque altro fluido , purchè sia nota la ragione della gravità specifica di questo a quella dell' acqua .

T E O R E M A II.

Sia immersa nell' acqua (fig. 33.) del vase ABED la parte Rm della gamba minore del sifone mMO , ed , applicata la bocca all' orifizio O della gamba maggiore , se ne levi , succhiando tutta l' aria : dico , che , se l' altezza di MR sarà minore di $32 + \frac{2}{3}$ piedi nell' ipotesi , che l' altezza del mercurio nel barometro sia di 28. poll. , levata la bocca dall' orifizio O , ne dovrà uscir l' acqua .

D I M O S T R A Z I O N E .

276. **L**A colonna LK (fig. 29, 33.) di acqua dell' altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi ,
e del-

e della base eguale alla sezione RP rappresenti la pressione, che dall'aria sostiene all'insù la sezione RP : egli è chiaro, che, supponendosi il sifone della stessa capacità in ogni parte, le parti FK , GK di questa colonna potranno rappresentare le pressioni, che dall'acqua contenuta dentro le gambe del sifone sostengono le inferiori superficie QO , RP . Adunque, essendo dal sifone, siccome si suppone, cavata l'aria, dalla pressione, che dall'aria sostiene all'ingiù la superficie AE dell'acqua, sarà l'acqua costretta a salire dentro del tubo RM . Quando questa sarà giunta alla sommità M del sifone, dovrà con forza eguale al peso della parte GL della colonna LK passare a riempire l'altra gamba MO , essendo GL la differenza, che passa tra la pressione, che dall'aria sostiene all'insù la sezione RP , e la pressione, che sostiene all'ingiù dall'acqua contenuta nella gamba MR . Si levi ora la bocca dall'orifizio O : la superficie OQ sarà dall'aria premuta all'insù con forza eguale al peso della

della colonna di acqua L K, e all' ingiù con forza eguale alla somma de' pesi delle parti F K, L G; e perciò dovrà fortire l'acqua dall'orifizio O con forza eguale al peso della parte F G della colonna d' acqua L K. Giocchè &c.

277. COROLL. I. Si prolunghi la suprema superficie A E dell' acqua, che si contiene nel vase A B E D, sino in 'N: la forza, con cui comincia l' aqua a fortire dall' orifizio O del sifone, è uguale al peso della colonna d' acqua C Q O N, essendo il peso di questa colonna eguale a quello della parte F G della colonna d' acqua L K. Quindi quanto maggiore sarà la distanza dell' orifizio O dal piano della superficie A E, tanto maggiore ancora sarà la forza, colla quale incomincerà l' acqua a fortire dall' orifizio O. Onde se l' orifizio fosse nello stesso piano orizzontale colla superficie A E, l' acqua, che riempie il sifone, non potrebbe uscirne dall' orifizio.

278. COROLL. II. Lo scolo dell' acqua dall' orifizio O del sifone deve continuare,
fin-

finchè il livello dell' acqua contenuta nel vafe ABDE fi ritrovi al di sotto dell' orifizio m , poſta la gamba mM di minore altezza dell' altra MO , e la diſtanza dell' orifizio m dalla ſommità M minore di piedi $32\frac{3}{4}$. Se adunque l' orifizio m farà viciniſſimo al fondo del vafe ABDE , il ſifone ne attignerà quaſi tutta l' acqua .

279. COROLL. III. Si eſtragga dall' acqua la gamba mM del ſifone in tempo dello ſcolo : facilmente ſ' intende , che tutta l' acqua contenuta dentro del ſifone ne dovrà fortire dall' orifizio OQ .

280. SCOLIO. Abbiám ſuppoſte le gambe del ſifone mMO verticali , e della ſteſſa capacità in ogni parte . Ma facilmente ſi capifce , che deve ſuccedere lo ſteſſo effetto , qualunque ſia la figura , la capacità , l' inclinazione delle gambe del ſifone , purchè queſte abbiano diſuguale altezza . Lo ſteſſo deveſi dire , ſe in vece di levar l' aria dal ſifone ſucchiando , eſſo ſi riempia di acqua .

TEO-

T E O R E M A III.

Sia immersa nell'acqua (fig. 34.) la parte Bs della siringa, cosicchè l'acqua tocchi esattamente l'inferior superficie dello stantuffo: dico, che, tirato all'insù lo stantuffo, l'acqua dalla pressione, che dall'aria sostiene all'ingiù la sua suprema superficie, sarà costretta a salire dentro la siringa.

D I M O S T R A Z I O N E.

281. **P**Oichè lo stantuffo riempie, siccome si suppone, con esattezza la cavità della siringa, egli è chiaro, che, tirato all'insù lo stantuffo, dovrà farsi tra la superficie dell'acqua, che riempie la parte Bs, e l'inferiore superficie dello stantuffo uno spazio voto di aria; e che quindi dalla pressione, che dall'aria sostiene all'ingiù la suprema superficie dell'acqua, sarà l'acqua, che riempie la parte Bs della siringa, costretta a salire, finchè il peso della colonna d'acqua sollevata sia in equilibrio

librio colla pressione dell'aria. Ciocchè &c.

282. SCOLIO. Quando nell' acqua si immerge l'orifizio della siringa, tra l'acqua, che riempie l' orifizio, e tra l' inferiore superficie dello stantuffo vi resta sempre dell' aria, la quale si rarefa, tirato all' insù lo stantuffo. Onde, scemata la pressione di quest' aria interna, l' acqua dalla maggior pressione dell' aria esterna viene costretta a salire dentro la siringa, finchè il peso dell' acqua sollevata insieme colla elasticità dell' aria rinchiusa sia in equilibrio colla pressione dell' aria esterna.

P R O B L E M A I.

*Spiegare la difficoltà, che si sente nel
muovere dall' ingiù all' insù lo
stantuffo della siringa.*

S O L U Z I O N E.

283. **S**IA immersa nell' acqua la parte B della siringa, cosicchè l' acqua tocchi esattamente l' inferiore superficie dello stantuffo: egli è chiaro, che la pressione, che dall' acqua sostiene all' insù lo stantuffo,

fo, è uguale a quella, che sostiene all'inghiù dall'aria, essendo ciascuna di queste due pressioni, posta l'altezza del mercurio nel barometro di 28. pollici, eguale al peso di una colonna di acqua della base eguale a quella dello stantuffo, e dell'altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi. Si tiri ora all'insù lo stantuffo, cosicchè l'altezza della colonna di acqua sollevata sopra il livello sia di piedi 6. : la pressione, che dall'acqua sostiene all'insù l'inferiore superficie dello stantuffo, farà di piedi $26\frac{2}{3}$, quella, che dall'aria sostiene all'inghiù la superiore, farà di $32\frac{2}{3}$ piedi d'acqua; e quindi la mano, che sostiene lo stantuffo, considerata soltanto la pressione dell'aria, dovrà impiegare una forza eguale al peso di una colonna di acqua della base eguale a quella dello stantuffo, e dell'altezza di 6. piedi. Onde si vede, che, tirando all'insù lo stantuffo, si diminuisce continuamente la pressione, che dall'acqua sostiene all'insù la di lui inferiore superficie, rimanendo sensibilmente sempre la stessa pressione, che dall'aria

ne

ne sostiene all' ingiù la superiore, cosicchè giunto lo stantuffo all' altezza di $32\frac{2}{7}$ piedi, resta soltanto la pressione, ch' esso sostiene all' ingiù dall' aria. Adunque chi tira all' insù lo stantuffo di una siringa, deve sempre più provar difficoltà, finchè l' altezza della di lui inferiore superficie sopra il livello dell' acqua sia di piedi $32\frac{2}{7}$. Quasi nella stessa guisa si spiega la difficoltà, che si sente nel tirare all' insù lo stantuffo, quando se ne chiude col dito l' orifizio della siringa per impedirne all' aria l' ingresso. Ciocchè &c.

284. SCOLIO. La difficoltà che si prova nel ritrare all' insù lo stantuffo della siringa, nasce ancora dal suo peso, che si deve vincere, e molto più dallo sfregamento delle sue parti colle interne pareti della siringa, dovendo esso riempier' esattamente la di lei cavità.



TEO-

T E O R E M A I V .

Sia immerso nell'acqua (fig. 35.) l'orifizio del tubo di aspirazione EAK, e si metta in azione lo stantuffo: dico, che dalla pressione dell'aria sulla suprema superficie MN dell'acqua, sarà questa costretta a salire dentro la tromba.

D I M O S T R A Z I O N E .

285. **L**A base dello stantuffo si ponga nel piano IH: poichè la densità dell'aria dello spazio ICBH è uguale a quella dell'aria esterna, siccome si suppone, la valvula F farà dell'aria esterna premuta all'ingiù con egual forza, che all'insù dall'aria interna, e quindi dovrà restare chiusa dal proprio peso. Per la medesima ragione anche la valvula E deve restar chiusa dal proprio peso.

Si alzi ora lo stantuffo, cosicchè la sua base si trovi nel piano TS: l'aria dello spazio ICBH si spanderà ancora nello spazio ITSH, cosicchè resterà equabilmente diffusa per tutto lo spazio CTSB. Quindi,

di, essendo diminuita l'elasticità dell'aria di CTSB, la valvula E, siccome più premuta all'insù dall'aria AEK, dovrà aprirsi, e concederne il passaggio ad una porzione dell'aria AEK. Per lo contrario resterà chiusa la valvula F sì per il proprio peso, come anche per la maggiore pressione, che dall'aria esterna sostiene. Intanto, essendo la sezione AK men premuta dall'elasticità dell'aria di AEK, che la superficie MN dell'acqua dal peso dell'aria esterna, farà l'acqua costretta a salire dentro del tubo di aspirazione, finchè il peso della colonna $aAKk$ sollevata insieme coll'elasticità dell'aria interna sia in equilibrio colla pressione dell'aria esterna. Ridotta ad eguale densità tanto l'aria E $a k$, quanto l'aria CTSB la valvula E dovrà chiudersi.

S'abbassi di nuovo lo stantuffo, finchè la sua base arrivi nel piano IH: l'aria dello spazio TCSB si ridurrà nello spazio ICBH, e quindi, cresciuta la sua elasticità, aprirà la valvula F, e se ne uscirà, finchè l'aria dello spazio ICBH abbia la

X stessa

stessa densità dell'aria esterna, e dopo si chiuderà di nuovo la valvula F. Onde, essendo l'aria di ICBH più densa di quella di Eak, la valvula E dovrà restar chiusa.

Si torni ad alzar lo stantuffo, finchè la sua base arrivi in TS: l'aria di ICBH si diffonderà nello spazio TSCB, la valvula E si aprirà, premettendo il passaggio ad una porzione dell'aria Eak nello spazio TSCB, e l'acqua tornerà a salire dentro il tubo di aspirazione, finchè il peso della colonna di acqua sollevata insieme colla elasticità dell'aria residua sia in equilibrio colla pressione dell'aria esterna. Continuata la depressione, ed elevazione dello stantuffo si vedrà, che l'acqua dalla pressione dell'aria esterna sarà costretta a salire fino al piano TS, essendo l'altezza di questo, siccome si suppone, di piedi $32\frac{2}{3}$. Quindi, abbassato lo stantuffo, l'acqua di TSHI passando per il di lui foro dovrà aprire la valvula F, e sollevarsi sopra dello stantuffo. Onde, alzato lo stantuffo, quest'acqua

qua dovrà passare nel ricettacolo, e sortire dal canale O. In tanto la pressione dell'aria esterna obbligherà l'acqua a salire di nuovo per la tromba, ed a riempire lo spazio TSIH. Ciochè &c.

286. COROLL. Affinchè l'acqua possa arrivare al di sopra dello stantuffo per essere poscia portata nel ricettacolo della tromba, deve lo stantuffo nel suo abbassamento giacere al di sotto dell'altezza, alla quale viene l'acqua inalzata dalla pressione dell'aria. Quindi, posta la distanza del piano TS dal livello dell'acqua MN di $32\frac{2}{3}$ piedi, deve la base dello stantuffo nella sua elevazione trovarsi nel piano TS.

287. SCOLIO I. Quando si deve far uso delle trombe aspiranti, conviene far osservazione alla situazione del luogo. Imperocchè, sollevandosi l'acqua dentro di queste col mezzo della pressione dell'aria, l'acqua deve salire a maggiore, o minore altezza, secondochè maggiore, o minore si è la pressione dell'aria. Quindi ne' luoghi

ghi molto elevati sopra il livello del mare, dove minor si è la pressione dell'aria, l'altezza dell'ascension dell'acqua nelle trombe deve essere ancora minore. Il Sig. Bouguer, avendo portato un barometro sulla cima del monte Pichincha, trovò l'altezza del mercurio di pollici 15, lin. 11. Se avesse egli portata colà una tromba aspirante, e questa non avrebbe sollevata l'acqua, se non all'altezza di piedi 18, pollici 6, lin. 11. Per lo contrario ne' sotterranei profondissimi, dove la pressione dell'aria è grande, l'ascension dell'acqua dentro le trombe dev'esser parimente grande.

288. SCOLIO II. Giova qui avvertire, che l'acqua non s'inalza mai dentro le trombe aspiranti alla giusta altezza, non potendosi mai levare tutta l'aria rinchiusa, qualunque diligenza si adoperi nella costruzione o dello stantuffo, e delle valvule, e dovendo di più la pressione dell'aria esterna impiegare qualche parte della sua forza nel vincere il peso della valvula E. Quindi

di nel fare le trombe aspiranti si suole sempre prendere la distanza del piano TS dal livello dell'acqua MN minore di piedi $32\frac{2}{3}$. Da ciò s' intende, che le trombe aspiranti, che si adoperano per attigner l'acqua dai pozzi, non possono alzar l'acqua, se non ad una piccola altezza. Quando questa non basta si adoperano le trombe *prementì*, oppure quelle, che sono nel medesimo tempo *aspiranti*, e *prementì*. In tutte due queste trombe essendo lo stantuffo, che spinge all' insù l'acqua, guidato da una potenza, che si può aumentare a piacere, la salita dell' acqua non è limitata a veruna altezza.

P R O B L E M A II.

Posto lo stantuffo nel suo massimo abbassamento, e posta la suprema superficie dell' acqua, che sopra di lui giace, nel piano orizzontale QL, ritrovare la forza necessaria per tirare all' insù lo stantuffo.

S O L U Z I O N E .

289. **L**O stantuffo viene in primo luogo premuto all' ingiù dall' aria, che

X 3

pre-

preme all'ingiù la superficie QL dell'acqua elevata, con forza eguale al peso di una colonna d'acqua, che abbia per base la superficie inferiore IH dello stantuffo, oppure la sezione TS della tromba, e per altezza la distanza di TS dal livello dell'acqua MN , essendo questa, siccome si suppone, di piedi $32\frac{2}{3}$. In oltre viene premuto all'ingù e dal suo peso, che si può considerare sensibilmente eguale a quello dell'acqua sotto il suo volume, (essendo lo stantuffo composto di cuojo, e di legno quasi dello stesso peso di un egual volume di acqua) e dal peso dell'acqua soprapposta; e perciò la forza, con cui viene premuto all'ingiù lo stantuffo e dal proprio peso, e dall'acqua soprapposta, è uguale al peso della colonna d'acqua $IQLH$, essendo la suprema superficie dell'acqua contenuta nel ricettacolo della tromba, siccome si suppone, nel piano QL .

Si sottragga ora dal peso di questa colonna $IQLH$ quello della colonna d'acqua $ITSH$, che misura, siccome è chiaro, la
 press.

pressione , che sostiene lo stantuffo all' insù dall'aria , che preme la superficie dell' acqua MN , e si vedrà , che , considerata la pressione dell'aria sulla superficie QL , e dell'acqua , che giace sopra lo stantuffo , e considerato il peso ancora di questo , viene lo stantuffo premuto all'ingiù con forza eguale al peso di una colonna di acqua della base eguale a quella dello stantuffo , e dell'altezza eguale alla distanza della suprema superficie QL dell'acqua , che si contiene nel ricettacolo della tromba , dal livello dell'acqua MN .

Onde se il momento della potenza , che col mezzo del vette x si sforza per tirare all'insù lo stantuffo , farà eguale a questo peso , la potenza farà in equilibrio collo stantuffo , e quindi se si accrescerà un poco il momento della potenza , cosicchè possa vincere ancora la resistenza , che proviene dal fregamento dello stantuffo colla concavità della tromba , ella potrà tirare all' insù lo stantuffo . Ciocchè &c.

APPENDICE.

DELLA SPIEGAZIONE

DI ALCUNI FENOMENI IDROSTATICI.

290. FENOMENO I. **G**LI animali terrestri patiscono dall'aria, in cui vivono immersi, una pressione grandissima, essendo questa eguale al peso di una colonna d'acqua, avente la base eguale alla superficie del corpo dell'animale, e l'altezza eguale a quella di 33. piedi in circa (264.). Quanta dunque sarà la pressione, che soffrono gli animali acquatici? Questi non solamente patiscono la pressione dell'aria, ma quell'ancora dell'acqua, che li circonda, cosicchè, s'eglino giacciono immersi alla profondità di piedi 33., 66, 96, &c. dal livello del fluido, la pressione, che sentono, è doppia, tripla, quadrupla &c. di quella dell'aria. Posta la profondità dell'Oceano di tre miglia d'Italia, ossia di 17244. piedi parigini, la pressione, che sosterebbe un pesce della superficie

ficie di un piede quadr. , se si ritrovasse al fondo, farebbe = 1209390. libb. parig., quella poi di un pesce della superficie di un'uomo di mediocre statura, cioè di 15. piedi quadr. , farebbe = 18161850. libb. parig. . Si dimanda , perchè gli animali sì terrestri , come acquatici non restano oppressi da sì enorme pressione?

SPIEGAZIONE. Gli animali terrestri non restano oppressi dalla pressione dell'aria, che li circonda , essendo eglino interiormente sostenuti dalla pressione della stessa aria , che dentro di loro trovasi per ogni parte diffusa . Imperocchè quest'aria interna o in vigore della sua fluidità , se ha comunicazione coll'aria esterna , oppure , se non l'ha , in vigore della sua elasticità , deve premere al di fuori le parti del loro corpo con forza affatto eguale a quella , che impiega l'aria esterna nel premere al di dentro le medesime parti . Adunque , essendo le pressioni dell'aria esterna equilibrate da quelle dell'aria interna , le parti del corpo degli animali terrestri non possono mutare il loro stato

stato naturale; e perciò non possono ricevere verun detrimento. Lo stesso deveſi ancora dire degli animali acquatici. Imperciocchè benchè queſti oltre la preſſione dell'aria patiſcano anche quella dell'acqua, l'aria però, che inſieme coll'acqua reſpirano, e che trovaſi interiormente ſparſa per tutto il loro corpo, è in equilibrio mercè della ſua elasticità colla preſſione ancora dell'acqua ſoprappoſta, coſicchè, ſe la profondità dell'acqua è di 33. piedi, la ſua elasticità è doppia di quella dell'aria, che noi reſpiriamo, eguale cioè al peſo della colonna d'acqua ſoprappoſta, e della colonna atmosferica.

La cauſa adunque, per cui gli animali terreſtri non reſtan'oppreſſi dalla preſſione dell'aria, e gli acquatici da quelle dell'aria, e dell'acqua, ſi è l'equilibrio delle due preſſioni eſterna, ed interna. Quindi è, che ſe ſi toglie, oppure notabilmente ſi ſcema una delle due preſſioni, l'economia animale ſi ſconcerſa. Si ponga, per eſempio, ſcemarſi notabilmente la preſſione

ne

ne dell' aria esterna: egli è chiaro, che le particelle dell' aria rinchiusa nelle varie cavità, e negli stessi fluidi del corpo animato, non essendo più contenute nel loro stato naturale dalla pressione dell' aria esterna, si spanderanno con gran forza in maggior volume, e quindi comprimeranno validamente le parti, ove stanno rinchiuse, cosicchè o le romperanno, ovvero cagioneranno delle ostruzioni ne' vasi, e fermeranno il corso de' fluidi.

Si deve però confessare, che, non ostante l'equilibrio delle due pressioni, l'economia animale non potrebbe conservarsi nel suo stato naturale, se queste, benchè eguali, notabilmente crescessero. Imperocchè ancorchè eguali fossero queste due pressioni, le fibre con tutto ciò del corpo essendo sì al di fuori, come al di dentro notabilmente premute, si avvicinerebbero fra loro, e quindi si muterebbe il lor' ordine naturale. Questa si è la ragion principale, per cui gli animali, che vivono comodamente nel proprio natural' elemento, se passano
in

in un' altro, cosicchè la pressione, alla quale fino dalla nascita sono avvezzi, notabilmente s' accresca, patiscono, benchè questa egualmente cresca tanto al di dentro, quanto al di fuori.

291. FENOMENO II. Siavi un vase quasi pieno di acqua, in cui sia immerso un cilindro di bronzo, sospeso ad un chiodo col mezzo di un filo in guisa tale, che non tocchi il fondo, ne i lati del vase: si stabilisca poscia colla bilancia l' equilibrio. L'esperienza c' insegna, che, estraendo dal vase il cilindro di bronzo, si toglie l' equilibrio, ne mai si restituisce, se non immergendo di nuovo il cilindro di bronzo, oppure mettendo nel vase un egual volume d' acqua.

SPIEGAZIONE. Il cilindro di bronzo, essendo immerso nell' acqua, deve perdere tanto del proprio peso, quanto si è quello dell' acqua sotto il suo volume? Questo peso, che perde il cilindro, viene aggiunto a quello dell' acqua, dalla quale vien' esso in parte sostentato. Adunque estratto il cilindro

lin-

lindro di bronzo dall'acqua, questa perdendo una parte del suo peso, eguale cioè al peso, ch'essa avrebbe sotto il volume del cilindro, dovrà cedere, ne potrà mai ricuperare il primiero equilibrio, se non immergendo di nuovo il cilindro, oppure mettendo nel vase un egual volume di acqua. Da ciò facilmente s'intende.

I. Che quando un solido immerso pende da qualche sostegno in modo, che non tocchi il fondo, ne i lati del vase, l'azione, che colla sua gravità esercita contro il fondo, è uguale a quella, che farebbe lo stesso fluido sotto il suo volume. Laonde se ad un solido, che pende immobilmente da qualche sostegno, si sottoporrà un vase in modo, che, occupando il solido l'interna capacità dell'vase, non lasci intorno del fondo, e dei lati altro spazio, che quello, che basta per contenere una libbra di acqua, chi sosterrà questo vase, sentirà soltanto il peso di questo, messavi poi dentro una libbra di acqua, sentirà tanto peso, quanto farebbe, se tutto il vase fosse
pic-

pieno di acqua. Perciò se questo vase fosse di gran capacità, e si appendesse ad un braccio della bilancia, una libbra d'acqua mesfavi dentro potrebbe inalzare un peso benchè grande.

II. Che l' azione , che lo stesso solido immerso esercita colla sua gravità contro il sostegno, da cui pende, è uguale all'eccesso della sua gravità specifica sopra quella del fluido . Quindi se il vase (fig. 36.) E H K F quasi pieno di acqua, in cui giace immerso il globo A specificamente più grave, sarà equilibrato col peso O , rotto il filo A M , che tiene congiunto il globo A al punto M della bilancia M N , dovrà sul principio togliersi l'equilibrio, e preponderare il peso O , non agendo in questo caso sul braccio della bilancia l' eccesso della gravità specifica del globo sopra quella del fluido .

292. FENOMENO III. Al braccio M della bilancia M N sia appeso il vase H K E F , e sia equilibrato dal peso O : si concepisca poscia al fondo H K di questo vase attaccato

cato il globo di legno *a* col mezzo di un filo , e sia la gravità spccifica del globo alla gravità specifica del fluido contenuto nel vase $H K E F = 1 : 4$. Poste queste cose si osserverà .

I. Che , quando il globo stà attaccato al fondo , per avere l' equilibrio basta aggiungere al peso *O* il semplice peso del globo .

II. Che , rotto il filo , che tiene attaccato al fondo il globo , questi ascende per il fluido , e , tolto l' equilibrio , perpondera il vase , e non si restituisce il perduto equilibrio , se non quando galleggia il globo sopra il fluido .

III. Che , per avere l' equilibrio , mentre incomincia , rotto il filo , ad ascendere il globo , bisogna aggiungere al peso *O* un peso quattro volte maggiore di quello del globo .

SPIEGAZIONE. Quando il globo stà attaccato al fondo , dallo sforzo , ch' egli fa per ascendere , spinge all' insù ancora il fondo con forza eguale all' eccesso della gravità specifica del fluido sopra la sua , ossia
con

con forza eguale al triplo del suo peso , essendo la ragione della gravità specifica del fluido a quella del globo $= 4 : 1$. Quindi benchè il globo colla sua totale immersione accresca il peso del fluido di una quantità eguale a quello dello stesso fluido sotto il suo volume (291), ossia eguale al quadruplo del suo peso, di questo peso però, che aggiunge al fluido, non passa nel fondo , se non una parte eguale al semplice peso del globo; e perciò, aggiunto questo al peso O , la bilancia resta in equilibrio. Si ponga ora rotto il filo, che tiene il globo *a* unito al fondo: mentre il globo incomincia ad ascendere per il fluido , essendo in questo caso il fondo soltanto premuto all' ingiù , tutto il peso , ch' egli aggiunge al fluido , cioè il peso di un egual volume di fluido passa nel fondo , e perciò per avere l' equilibrio devesi mettere al peso O il quadruplo di quello del globo . Finalmente , mentre il globo galleggia sopra il fluido , essendo la sua gravità specifica quattro volte minore, non può immer-

mergerfi dentro il fluido, fe non per una quarta parte del fuo volume; e però il peso, che fi aggiunge al fluido, $= \frac{1}{4}$ del peso dello ſteſſo fluido ſotto tutto il volume del globo, oſſia eguale al ſemplice peso del globo; e quindi, aggiunto queſto al peso O, la bilancia reſta equilibrata.

293. FENOMENO IV. Si prenda una piaſtra di rame, o di ottone, e ſi formi un globo interiormente cavo del volume di un piede cubico almeno, il quale abbia il ſuo epiſtomio con chiave, che poſſa dare, o levare all' interna capacità del globo la comunicazione coll' aria eſterna. Si applichi poſcia queſto globo alla macchina pneumatica, e ſi voti di aria, e, chiuſo colla chiave, ſi attacchi ad un braccio di una bilancia eſattiſſima, e ſi equilibri con un contrapeſo di piombo. Si oſſerva.

I. Che, ſe creſce la denſità dell' aria, prepondera il contrapeſo.

II. Che, ſe ſi ſcema, prepondera il globo.

SPIEGAZIONE. Il globo, ed il contrapeſo,

Y

peso,

peso, essendo immersi nell'aria, perdono una parte delle loro gravità assolute. Ma perchè il volume del globo è di gran lunga maggiore, la parte della gravità assoluta, che perde, è anche di gran lunga maggiore di quella, che perde il contrapeso, essendo la parte della gravità assoluta, che ciascun perde, eguale al peso dell'aria, che si comprenderebbe sotto il proprio volume. Quindi, se, mentre stanno ambedue in equilibrio, cresce la densità dell'aria, il globo torna a perdere una parte della sua residua gravità, maggiore però di quella, che torna a perdere il contrapeso. e perciò questo prepondera. Nella stessa maniera si spiegherà, perchè, scemandosi la densità dell'aria, prepondera il globo. Per maggior chiarezza la gravità assoluta del globo si dica G , il suo volume V , la gravità assoluta del contrapeso chiamasi g , il suo volume v , la densità dell'aria d . Egli è chiaro, che, potendosi considerare uniforme la densità, che avrebbe l'aria sotto i volumi V , v , farà la parte della gravità asso.

assoluta, che perde il globo, $= V. d$, quella che perde il contrapeso, $= v. d$; e perciò per essere il globo su di una bilancia in equilibrio col contrapeso, farà $G - V. d = g - v. d$. Ora, essendo, siccome si suppone, V maggiore di v , se la densità dell'aria cresce, deve $G - V. d$ esser minore di $g - v. d$, maggiore poi, se scemasi. Questa macchina, che indica le mutazioni, che succedono nella densità dell'aria atmosferica, chiamasi *manoscopio*.

294. FENOMENO V. Dentro di un vase di vetro quasi pieno di acqua vi si mettano una, o più figurine cave di vetro, specificamente più leggiere dell'acqua, le quali abbiano nelle loro gambe un piccol foro quasi per passarvi un ago. Queste figurine, che si chiamano i *Diavoletti Cartesiani*, si veggono sul principio stare a galla dell'acqua. Si chiuda ora il vase con un pezzetto di vescica bagnata, che si distende sull'orifizio, e si ferma attorno dell'orlo con un filo. Si osserva.

I. Che, quando colla punta del dito si

Y 2

pre-

preme all'ingiù la vescica, le figurine discendono sino al fondo del vase, ed ivi restano, finchè sussiste la stessa pressione.

II. Che, se si cessa di premere la vescica, le figurine ascendono per l'acqua.

III. Che, se, mentre le figurine discendono, si modera la pressione della vescica, le figurine si fermano.

SPIEGAZIONE. Quando il vase è aperto, le figurine essendo specificamente più leggier, stanno a galla dell'acqua. Premuta la vescica, che chiude l'orifizio del vase, l'acqua, che, siccome fluido incompressibile, non può dalla pressione, che riceve, essere ridotta a minor volume, si porta, dove trova minore resistenza, cioè entra nel piccol foro delle lor gambe, comprimendovi l'aria rinchiusa, finchè la pressione sua sia in equilibrio colla elasticità dell'aria compressa. Quindi le figurine diventando sì per l'aria più condensata, che contengono, come anche per l'acqua introdotta più pesanti di un egual volume di acqua, debbono andare al fondo, ed ivi resta-

restare, finchè sussiste la pressione. Si ponga ora cessare questa pressione: l'aria rinchiusa dentro le figurine in vigore della sua elasticità scaccierà dal foro l'acqua introdotta, e quindi tornando ad essere specificamente più leggiere dovranno ascendere. Finalmente se mentre queste ascendono, o discendono, si regola la pressione, cosicchè per gli fori entri solamente tanto di acqua, quanto si ricerca, affinchè le figurine insieme coll'acqua introdotta diventino della stessa gravità specifica dell'acqua, dovranno fermarsi. Queste figurine adunque diventano or più leggiere, or più gravi dell'acqua, perchè sotto lo stesso volume mutano elleno alternativamente la propria densità. Infatti, chiuso colla cera il piccol foro delle loro gambe, non più si osservano in queste gli esposti fenomeni, dandosi in questo caso sempre la stessa quantità di materia sotto lo stesso volume. Gli esposti fenomeni ci si rappresentano ancora, quando il vase, in cui stanno le figurine rinchiuse, è posto al ro-

vescio, e si fa la pressione contro la vescica, che chiude il vase, dall' ingiù all' insù. Osserva perciò il Sig. Abate Nollet, che può questa esperienza esser mostrata agli altrui occhi con cert' aria di mistero, schierando più tubi in un telajo, e facendo la pressione necessaria sopra i loro orifizj in una maniera nascosta agli occhi degli Spettatori.

Con artificio non molto dissimile i pesci, benchè specificamente più gravi, si movono a lor piacere dall' ingiù all' insù, e dall' insù all' ingiù dentro dell' acqua. Hanno questi una doppia vescica piena di aria, la quale possono a lor piacere dilatare, o restringere; e così sotto la medesima quantità di materia crescere, o scemare di volume, ossia rendersi meno, o più pesanti di un egual volume di acqua, ossia finalmente ascendere, o discendere dentro dell' acqua. Quindi è, che se si mette un pesce insieme col vase sotto il recipiente della macchina pneumatica, estratta l' aria, nuota egli sulla superficie dell'

ac-

acqua, benchè si sforzi inutilmente per girare, oppure per restare al fondo; venendo in questo caso dalla elasticità dell'aria rinchiusa troppo dilatata la sua doppia vescica. Il contrario succede, se questa si fa crepare, oppure se si vota d'aria.

Quasi nella stessa maniera spiegansi i fenomeni, che ci offrono gli uomini, che si annegano. I corpi di questi, essendo specificamente più leggieri dall'acqua, benchè piccolissima ne sia la differenza, non possono essere spinti verso il fondo, se non dall'impeto, con cui cadono nell'acqua. Laonde la loro discesa dentro dell'acqua deve durare, finchè quest'impeto resta totalmente distrutto dai contrarj impulsi, che loro continuamente imprime la forza attollente dell'acqua. Subitochè quest'impeto è distrutto, debbono essi per essere specificamente più leggieri ascendere, e per gli impulsi continui, che ricevono dalla forza attollente del fluido, debbono ascendere più alto di quello, che richiede la loro gravità specificà; e però in vigore dell'impeto,

peto, con cui cadono, debbono tornare a discendere, e poi ad ascendere, finchè restano soffocati dall' acqua. In questo caso i corpi degli annegati per la quantità dell' acqua, che per la bocca, e per le narici hanno dentro di se ricevuta, sono più pesanti di un egual volume di acqua, e perciò vanno al fondo. Finalmente il cadavere dell' animale soffocato, mentre stà al fondo, in pochi giorni si corrompe, l' aria rinchiusa per la fermentazione delle parti, che s'imputridiscono, si spande in maggior volume, le fibre del corpo si rilasciano, e da se stesse si allontanano, e quindi tutto il corpo si gonfia, e si tende come un pallone. Però ascende per l' acqua e poscia galleggia, finchè l' aria dilatata, il rilasciamento delle parti, e la putredine lo rendono specificamente più leggiero dell' acqua. Oltre questi vi sono molti altri fenomeni, che tralascio di spiegare, appartenendo l' esatta loro spiegazione piuttosto alla Fisica, che alla Idrostatica.

I L F I N E.

I N D I C E

D E L L' O P E R A .

INTRODUZIONE . Piano dell' opera . pag.xj.

L I B R O I .

Della preffione de' Fluidi contro
le loro parti .

Capo I. Della natura de' corpi fluidi , del-
la densità , della gravità assoluta , e
specifica de' corpi sì fluidi , come soli-
di . pag. 1.

Capo II. Della natura della preffione de'
fluidi . pag. 14.

Capo III. Della misura della preffione de'
fluidi contro le loro particelle , e dell'
equilibrio , che nasce dalla loro preffio-
ne . pag. 25.

Capo IV. Della misura della preffione de'
fluidi contro le loro sezioni orizzonta-
li . pag. 59.

LIBRO II.

Della pressione de' Fluidi contro l' interna superficie de' Vasi .

Capo I. Della natura , della misura della
pressione de' fluidi contro l' interna super-
ficie de' vasi . pag. 75.

Capo II. Della risoluzione della pressione ,
che fanno i fluidi contro l' interna super-
ficie de' vasi , nelle pressioni orizzontali ,
e verticali . pag. 107.

Capo III. Della misura delle pressioni oriz-
zontali , e verticali contro l' interna su-
ficie de' vasi . pag. 127.

LIBRO III.

Della pressione de' Fluidi contro l' esterne
superficie de' Solidi immersi .

Capo I. Della natura , della misura , del-
la risoluzione della pressione de' fluidi con-
tro l' esterne superficie de' solidi immersi
nelle pressioni orizzontali , e verticali , e
della misura di queste . pag. 146.

Capo

- Capo II. De' fenomeni dell' immersione de'
corpi solidi ne' fluidi . pag. 156.
- Capo III. De' fenomeni dell' immersione de'
fluidi in altri fluidi . pag. 181.
- Capo IV. Della maniera di ritrovare idro-
staticamente le gravità de' corpi sì fluidi,
come solidi . pag. 188.
- Capo V. Delle Tavole delle gravità specifi-
che, e del loro uso . pag. 201.
- Capo VI. Dell' uso della dottrina dell' im-
mersione de' corpi nella Nautica, e nel-
la Vita civile . pag. 214.

L I B R O I V.

Dell' equilibrio de' Fluidi compressibili,
 ed elastici .

- Capo I. Della pressione, e dell' equilibrio
de' fluidi compressibili, ed elastici in ge-
nerale . pag. 228.
- Capo II. Della pressione, e dell' equilibrio
dell' aria in particolare . pag. 244.
- Capo III. Dell' equilibrio dell'aria col mer-
curio . pag. 251.
- Capo

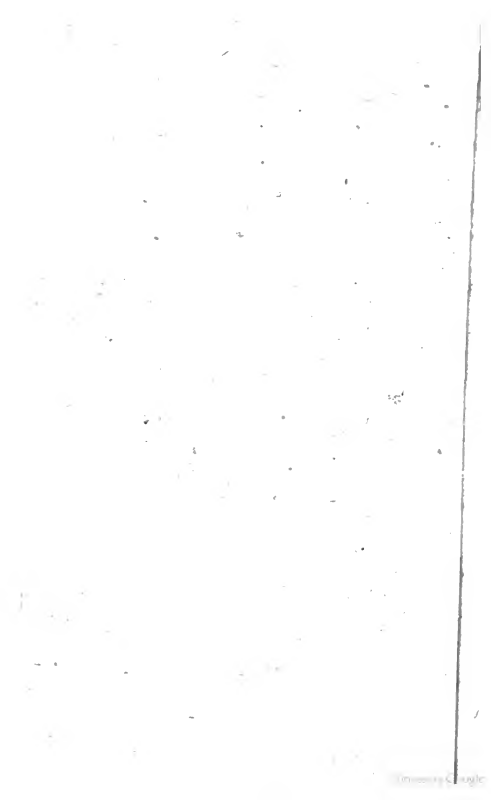
- Capo. IV. *Dell' uso del barometro principalmente nella misura delle altezze.* pag. 274.
- Capo V. *Della misura della pressione dell' aria contro qualunque superficie.* pag. 290.
- Capo VI. *Dell' equilibrio dell' aria coll' acqua, e de' fenomeni, che ne derivano.* pag. 302.

ERRORI CORREZIONI.
principali.

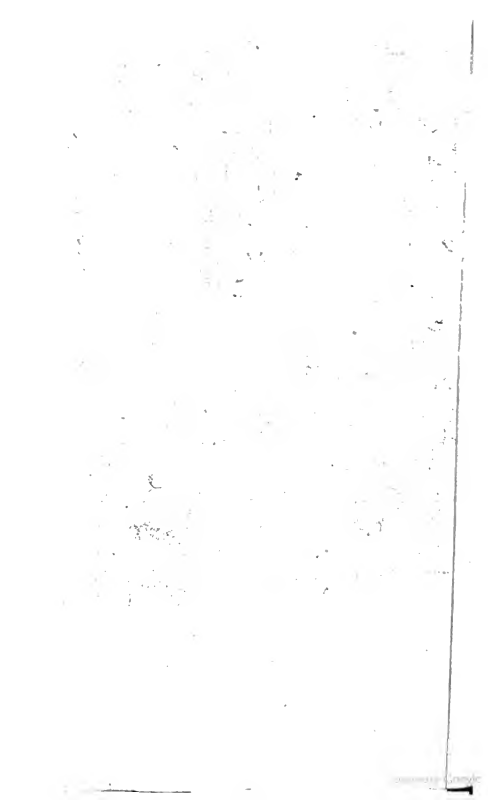
Pag. lin.

24.	12.	come se l'aper-	come se l'apertura
		fosse tura nel fondo	fosse nel fondo.
81.	5.	fig. 19.	fig. 14.
82.	15.	si prende	si prenda
97.	11.	$+pa^3 12or :)$.	$+pa^3) : 12or$.
109.	5.	si calino	si alzino
110.	24.	$g\pi$	gN
114.	12.	stà alla verticale	stà alla orizzontale
116.	19.	$AB : d$	$AB . d$.
259.	22.	$a = 30$	$l = 30$
287.	10.	$FG : GH$	$FH : GH$









Two

